

TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Lehrstuhl für Statik

Isogeometric Analysis and Shape Optimal Design of Shell Structures

Josef M. Kiendl

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktor-Ingenieurs

genehmigten Dissertation.

Vorsitzender:

Univ.-Prof. Dr.-Ing. Gerhard H. Müller

Prüfer der Dissertation:

1. Univ.-Prof. Dr.-Ing. Kai-Uwe Bletzinger
2. Univ.-Prof. Dr. rer. nat. Ernst Rank
3. Univ.-Prof. Dr. Thomas J.R. Hughes, Univ. of Texas at Austin, USA

Die Dissertation wurde am 23.11.2010 bei der Technischen Universität München eingereicht und durch die Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen am 14.03.2011 angenommen.

Schriftenreihe des Lehrstuhls für Statik TU München

Band 17

Josef Kiendl

**Isogeometric Analysis and Shape Optimal Design
of Shell Structures**

Shaker Verlag
Aachen 2011

Bibliographic information published by the Deutsche Nationalbibliothek

The Deutsche Nationalbibliothek lists this publication in the Deutsche Nationalbibliografie; detailed bibliographic data are available in the Internet at <http://dnb.d-nb.de>.

Zugl.: München, Techn. Univ., Diss., 2011

Copyright Shaker Verlag 2011

All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording or otherwise, without the prior permission of the publishers.

Printed in Germany.

ISBN 978-3-8440-0104-4

ISSN 1860-1022

Shaker Verlag GmbH • P.O. BOX 101818 • D-52018 Aachen

Phone: 0049/2407/9596-0 • Telefax: 0049/2407/9596-9

Internet: www.shaker.de • e-mail: info@shaker.de

Isogeometric Analysis and Shape Optimal Design of Shell Structures

Abstract

Isogeometric analysis is a new method of computational analysis with the goal of merging design and analysis into one model by using a unified geometric representation. NURBS (Non-Uniform Rational B-Splines) are the most widespread technology in today's CAD modeling tools and therefore are adopted as basis functions for analysis.

In this thesis, the isogeometric concept is applied to the analysis and shape optimization of shell structures. A new, rotation-free shell element is developed, using the Kirchhoff-Love shell theory and NURBS as basis functions. NURBS-based analysis provides advantages especially for shells, since the structural behavior of a shell is mainly determined by its geometry and therefore a good geometric description is essential. Furthermore, due to the exact geometry description with NURBS, curvatures can be evaluated directly on the surface without rotational degrees of freedom or nodal directors.

Different examples show the good performance and accuracy of the method, for geometrically linear and nonlinear problems. Aspects concerning boundary conditions and the treatment of multiple patch structures are investigated, and solutions are proposed which allow the use of this method for a broad variety of problems. Furthermore, the developed shell formulation proves as very well suited for a direct integration into a CAD model, which is also realized in a commercial CAD software. The practical application of this integrated method for different examples also reveals problems and limitations of the present approach, which are discussed subsequently. Another goal of this thesis is to extend the isogeometric concept to shape optimization. After a brief review of shape optimization using CAD-based or FE-based design models, isogeometric shape optimization is introduced as a combination of both existing approaches which enhances flexibility in choosing the design space.

In the context of a cooperation project, the developed structural formulation is integrated into a fluid-structure interaction (FSI) environment and is applied to the three-dimensional FSI simulation of a wind turbine blade rotating in the air flow. This example shows the relevance of this method to large industrial applications.

Isogeometrische Analyse und Formoptimierung von Schalen

Zusammenfassung

Isogeometrische Analyse ist ein neuer Ansatz für computergestützte Berechnungsverfahren, mit dem Ziel, Entwurf und Berechnung durch eine gemeinsame geometrische Darstellung in ein gemeinsames Modell zusammenzuführen. Die am weitesten verbreitete Technologie in heutigen CAD Systemen sind NURBS (Non-Uniform Rational B-Splines). Sie werden daher als Ansatzfunktionen für das Berechnungsmodell übernommen.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird dieses Konzept für die Berechnung und Formoptimierung von Schalen angewandt. Es wird ein neues, rotationsfreies Schalelement nach der Kirchhoff-Love Schalentheorie mit NURBS als Ansatzfunktionen entwickelt. Der Einsatz von NURBS für die Berechnung zeigt sich speziell für Schalen von Vorteil, da das Tragverhalten einer Schale vornehmlich durch ihre Geometrie bestimmt wird und somit eine gute Geometriebeschreibung von großer Bedeutung ist. Des Weiteren ermöglicht die exakte Geometriebeschreibung mit NURBS die Berechnung von Krümmungen direkt auf der Fläche, wodurch auf Rotationsfreiheitsgrade und Knotendirektoren verzichtet werden kann.

In verschiedenen Beispielen wird die Zuverlässigkeit und Genauigkeit dieser Methode für geometrisch lineare sowie nichtlineare Probleme gezeigt. Es werden verschiedene Aspekte bezüglich Randbedingungen sowie das Modellieren von Strukturen, welche aus mehreren Flächen bestehen, untersucht und passende Lösungsmethoden entwickelt, welche die Anwendung dieser Methode für eine breite Vielfalt von Strukturen ermöglichen. Des Weiteren erweist sich das entwickelte Schalenmodell als sehr geeignet für die direkte Integration in ein CAD Modell, was mittels eines kommerziellen CAD Programms auch verwirklicht wird. Durch den praktischen Einsatz dieses integrierten Modells für verschiedene Beispiele zeigen sich ferner die Grenzen und Probleme dieses Ansatzes, welche im Anschluss diskutiert werden. Ein weiterer Arbeitspunkt ist es, das isogeometrische Konzept auf Formoptimierung zu erweitern. Nach einem Überblick über Formoptimierung mit CAD-basierten oder FE-basierten Methoden wird isogeometrische Formoptimierung als eine Kombination dieser beiden Methoden vorgestellt, die eine weitaus größere Flexibilität bei der Wahl des Entwurfsraums gestattet.

Das entwickelte Strukturmodell wird im Zusammenhang eines Kooperationsprojektes in ein Programm für Fluid-Struktur-Interaktion (FSI) implementiert und für die Berechnung eines in der Windströmung rotierenden Windtur-

binenblattes eingesetzt. Dieses Beispiel verdeutlicht die Relevanz dieser Methode für industrielle Anwendungen.

Acknowledgments

This dissertation was written from 2007 to 2011 during my time as research scholar at the Chair of Structural Analysis (Lehrstuhl für Statik) at the Technische Universität München, Munich, Germany. I would like to thank sincerely Prof. Dr.-Ing. Kai-Uwe Bletzinger for giving me the possibility to work in his research group and for his helpful guidance as my doctoral supervisor. I also want to express my thanks to Dr.-Ing. Roland Wüchner. As Project Team Leader of my research team, he also guided and supervised me throughout the whole project.

Furthermore, I would like to address my thanks to the members of my examining jury, Univ.-Prof. Dr. rer. nat. Ernst Rank and Prof. Dr. Thomas J.R. Hughes. Their interest in my work is gratefully appreciated. Also, I want to thank Prof. Dr.-Ing. habil. Gerhard Müller for chairing the jury.

In the course of my research project, I spent three months at the University of California, San Diego (UCSD) at the institute of Prof. Yuri Bazilevs. I want to thank him for his kind hospitality and the good cooperation that we continued also afterwards.

The funding for my whole work as research scholar was granted by the International Graduate School of Science and Engineering (IGSSE). This funding is gratefully acknowledged.

Many thanks are addressed to David Eames for proofreading my thesis.

I want to thank all coworkers at the Chair of Structural Analysis for the friendly cooperation and the pleasant time that I had working with them.

Finally, I want to thank my family and my dear girlfriend Julia for their help and support at all times.

Munich, April 2011

Josef Kiendl

Contents

1	Introduction	1
2	Geometric Fundamentals	7
2.1	Mathematical Description of Curves and Surfaces	7
2.1.1	Explicit Representation	7
2.1.2	Implicit Representation	8
2.1.3	Parametric Representation	9
2.2	NURBS Curves and Surfaces	10
2.2.1	Bézier Curves	10
2.2.2	B-Splines	12
2.2.2.1	Knot Vector	12
2.2.2.2	Basis Functions	13
2.2.2.3	B-Spline Curves	15
2.2.2.4	B-Spline Surfaces	17
2.2.2.5	B-Spline Solids	18
2.2.3	NURBS	19
2.2.4	Refinement	22
2.3	Continuity	23
2.3.1	Geometric vs. Parametric Continuity	23
2.3.2	G^1 Continuity for B-Spline Curves	23
2.3.3	G^1 Continuity for B-Spline Surfaces	24
2.3.4	G^1 Continuity for NURBS Surfaces	25
2.4	Differential Geometry of Surfaces	26

3	Structural Mechanics of Shells	29
3.1	Fundamentals of Continuum Mechanics	29
3.1.1	Kinematics	29
3.1.2	Constitutive Equations	30
3.1.3	Equilibrium	31
3.2	Kirchhoff-Love Shell Theory	33
3.3	Laminated Plate Theory	37
3.4	Stress Recovery	38
4	Isogeometric analysis	43
4.1	Motivation	43
4.2	NURBS-based Isogeometric Analysis	44
4.2.1	Elements	44
4.2.2	Mesh Refinement	46
5	The NURBS-based Kirchhoff-Love shell	49
5.1	Element Formulation	49
5.2	Treatment of Rotational Boundary Conditions	55
6	Benchmarking	57
6.1	Cantilever Plate	57
6.2	Shell Obstacle Course	58
6.2.1	Scordelis-Lo Roof	58
6.2.2	Pinched Cylinder	59
6.2.3	Hemispherical Shell	60
6.2.4	Stress Recovery	61
6.3	Benchmarks for Large Deformations	63
6.3.1	Plate bent to a Circle	64
6.3.2	Twisted Plate	65
7	Multipatches	67
7.1	Smooth Multipatches	67
7.1.1	Cantilever Plate	68

7.1.2	Free Form Shell	69
7.1.3	Automated Coupling of Multiple Patches	70
7.2	The Bending Strip Method for Arbitrary Multipatches	73
7.2.1	Choosing a Reliable Bending Strip Stiffness	75
7.2.1.1	L-beam	75
7.2.1.2	Cantilever Plate	76
7.2.1.3	Hemispherical Shell	77
7.2.2	Automated Coupling of Multiple Patches with Bending Strips	79
7.2.3	Numerical Benchmarks using Bending Strips	80
7.2.3.1	Shell Obstacle Course	80
7.2.3.2	Bending Strips for Large Deformations	83
7.2.4	Bending Strips for Coupling of Shells and Solids	85
8	Integration of Design and Analysis	89
8.1	Integrating Isogeometric Shell Analysis into CAD	89
8.2	Analysis-Aware Modeling	92
8.2.1	Alternative Parametrizations	92
8.2.2	Trimmed Surfaces	95
9	Isogeometric Shape Optimization	99
9.1	Mathematical Formulation of a Structural Optimization Problem	100
9.1.1	Objective Function	100
9.1.2	Design Variables	100
9.1.3	Constraints	101
9.1.4	Lagrangian Function and Kuhn-Tucker conditions	102
9.2	Optimization Algorithms	102
9.3	Sensitivity Analysis	103
9.3.1	Global Finite Differences	103
9.3.2	Analytical Sensitivity Analysis	104
9.3.3	Semi-Analytical Sensitivity Analysis	105
9.3.4	Direct vs. Adjoint Sensitivity Analysis	105
9.4	Shape Parametrization	106

Contents

9.4.1	CAD-based Shape Optimization	106
9.4.2	FE-based Shape Optimization	107
9.5	Isogeometric Shape Optimization	109
9.5.1	Example: Tube under internal pressure	110
10	FSI Simulation of a Wind Turbine Blade	115
10.1	Geometry Description	116
10.2	Fluid Mechanics and Mesh Motion Part	117
10.3	Structural Mechanics Part	118
10.4	Results	120
11	Conclusions and Outlook	127
	Bibliography	137