



Aachener Berichte aus dem Leichtbau

Structural Design of Stringer-Frame-Stiffened Shell Structures

Max Krause



Institut für
Strukturmechanik
und Leichtbau

RWTHAACHEN
UNIVERSITY

STRUCTURAL DESIGN OF STRINGER-FRAME-STIFFENED SHELL STRUCTURES

STRUKTURELLER ENTWURF VON STRINGER-SPANT-VERSTEIFTEN SCHALENTRAGWERKEN

Von der Fakultät für Maschinenwesen der Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktors der Ingenieurwissenschaften genehmigte Dissertation

vorgelegt von

Max Krause

Berichter: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Kai-Uwe Schröder
Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Christian Mittelstedt

Tag der mündlichen Prüfung: 12. Mai 2023

Diese Dissertation ist auf den Internetseiten der Universitätsbibliothek online verfügbar.

Aachener Berichte aus dem Leichtbau
herausgegeben von Univ.-Prof. Dr.-Ing. Kai-Uwe Schröder

Band 1/2023

Max Krause

**Structural Design of Stringer-Frame-Stiffened
Shell Structures**

Shaker Verlag
Düren 2023

Bibliographic information published by the Deutsche Nationalbibliothek

The Deutsche Nationalbibliothek lists this publication in the Deutsche Nationalbibliografie; detailed bibliographic data are available in the Internet at <http://dnb.d-nb.de>.

Zugl.: D 82 (Diss. RWTH Aachen University, 2023)

Copyright Shaker Verlag 2023

All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording or otherwise, without the prior permission of the publishers.

Printed in Germany.

ISBN 978-3-8440-9126-7

ISSN 2509-663X

Shaker Verlag GmbH • Am Langen Graben 15a • 52353 Düren

Phone: 0049/2421/99011-0 • Telefax: 0049/2421/99011-9

Internet: www.shaker.de • e-mail: info@shaker.de

Vorwort und Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand vom Oktober 2016 bis September 2022 während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Strukturmechanik und Leichtbau der RWTH Aachen.

Mein Dank gilt meinem Doktorvater Univ.-Prof. Dr.-Ing. Kai-Uwe Schröder. Für das entgegengebrachte Vertrauen und die Möglichkeiten der persönlichen Förderung möchte ich mich herzlichst bedanken. Ich habe den mir eröffneten Gestaltungsfreiraum gut nutzen können.

Für die unkomplizierte Übernahme des Zweitgutachtens möchte ich mich bei Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Christian Mittelstedt bedanken.

Bei Univ.-Prof. Dr. sc. Julia Kowalski bedanke ich mich für die Übernahme des Prüfungsvorsitzes.

Bei den Studierenden deren Abschlussarbeiten ich betreut habe möchte ich mich für das entgegengebrachte Engagement und Vertrauen bedanken. Die Zusammenarbeit an und Anleitung zu neuen Forschungsthemen mit den verbundenen Diskussionen habe ich sehr genossen. Darunter danke ich besonders Marco Kanngießer, der einen wesentlichen Beitrag zu dieser Dissertation geleistet hat.

Mein besonderer Dank gilt meiner Familie. Ich danke meinen Eltern dafür, dass sie mir den Weg zu der Dissertation geebnet haben. Ganz besonders danke ich meiner Frau Kristina für die moralische Unterstützung und die aufbauenden Worte in all den Jahren. Danke, dass du als Gesprächspartner immer für mich da bist.

Abschließend gilt mein Dank allen ehemaligen Kolleginnen und Kollegen mit denen ich am Institut über die Jahre zusammenarbeiten und diskutieren durfte. Ich habe die fachlichen aber auch fachfremden Diskussionen und die mir entgegengebrachte Hilfsbereitschaft sehr genossen. Besonders möchte ich Dr.-Ing. Pawel Lyssakow für die stetige Unterstützung und den Austausch als fachlicher Partner danken. Zugleich danke ich auch meinem ehemaligem Mentor und Themenleiter Dr.-Ing. Linus Friedrich, der mich während meiner studentischen Beschäftigung in das Thema der Schalen eingeführt und so den Grundstein meiner Dissertation gelegt hat.

Zu guter Letzt ein Abschlusswort an meine ehemaligen Kollegen und Kolleginnen: Macht's gut ihr Luschen!

Aachen, Mai 2023
Max Krause

Kurzfassung

Der Strukturentwurf von versteiften Schalen ist seit Jahrzehnten Gegenstand der Forschung. Diese werden oft im Luft- und Raumfahrtsektor aufgrund ihres hohen Verhältnisses von Lasttragvermögen zu Masse für Hauptstrukturen als Konstruktionsvariante eingesetzt. Die Bedeutung von konstruktivem Leichtbau bei dem Entwurf solcher Strukturen hat aufgrund der steigenden Kommerzialisierung der Raumfahrt und dem einhergehenden Kostendruck für zukünftige Raumfahrzeugtypen zugenommen. Um die maximale Nutzlast zu erhöhen und die ambitionierten Preisziele zu erreichen, ist ein optimaler Entwurf der Struktur im Sinne des Leichtbaus imperativ.

Die höchste Tragfähigkeit für die Nutzung als Hauptstrukturen von Trägerraketen weisen dünnwandige Stringer Spant versteifte Schalenstrukturen auf. Der Entwurf dieser ist aufgrund der vielen zu berücksichtigenden Versagensarten komplex und benötigt daher effiziente, robuste und zuverlässige Auslegungsmethoden. Etablierte Methoden sind für moderne torsionssteife Stringerprofile ungeeignet, da sie das strukturmechanische Verhalten der Schale nicht ausreichend abbilden. Dies kann auch für zukünftige Profilformen, die die Lastaufnahme durch möglichst hohe Torsionssteifigkeit maximieren sollen, angenommen werden. Im Zuge dessen ist auch der etablierte Entwurfsprozess mit dem Ziel eines optimalen Leichtbauentwurfs zu hinterfragen, da dieser sich auf die Beschreibung des strukturmechanischen Verhaltens stützt.

Ziel dieser Arbeit ist es neue Methoden für die Auslegung von Stringer Spant versteiften Schalenstrukturen zu entwickeln und mit diesen die Notwendigkeit einer Anpassung des Entwurfsprozesses zu bewerten. Es wird ein Strukturmodell zur Beschreibung des strukturmechanischen Verhaltens aufgebaut. Aus diesem entwickelt sich eine Methode zur Berechnung der Teilschaleninstabilitätslast und eine Methode zur Bemessung der Spante. Es wird gezeigt, dass drei Aspekte für die unzureichende Natur der etablierten Methoden verantwortlich sind: Die Vernachlässigung transversalen Schubs, die Annahme des Vorbeulzustands als Membran- und nicht als Biegezustand und die Reduzierung der versteiften Schale auf eine Teilschale. Die entwickelten Methoden liefern im Vergleich zu numerischen Simulationsverfahren eine ähnliche Genauigkeit bei deutlich geringerem zeitlichem Ressourcenbedarf.

Abschließend werden die entwickelten Methoden und ausgewerteten Forschungsergebnisse genutzt um Anpassungen an dem etablierten Entwurfsprozess von Stringer Spant versteiften Schalen vorzuschlagen. Anhand der Optimierung einer repräsentativen Schale wird der Grad der Anpassungen für einen im Sinne des Leichtbaus optimalen Entwurf bewertet. Es zeigt sich, dass der Entwurfsprozess in einem holistischen Sinne gedacht werden muss und damit eine Trennung der Auslegung von Stringer-Haut-Kombination und dem Bemessen der Spante nicht zulässig ist.

Abstract

The structural design of stiffened shells has been the subject of research for decades. These are often used in the aerospace sector as a design option for primary structures because of their high load-carrying-capacity-to-mass ratio. The importance of structural lightweight design has increased in the design of such structures, because of the increasing commercialisation of the space sector and the accompanying cost pressures for future space launch vehicles. To increase the maximum payload and achieve the ambitious price targets, an optimal design of the structure in terms of lightweight design is imperative.

Thin-walled stringer frame stiffened shell structures have the highest load-carrying capacity for use as the primary structures of space launch vehicles. The design of these is complex because of the many failure modes to be considered and therefore requires efficient, robust and reliable design methods. Established methods are unsuitable for modern torsionally stiff stringer profiles, as they do not represent the structural behaviour of the shell adequately. This can also be assumed for prospective profile shapes, which should maximise load-carrying capacity through the highest possible torsional stiffness. In the course of this, the established design process with the aim of an optimal lightweight design must also be questioned, as it is based on the description of the structural behaviour.

This work aims to develop new methods for the design of stringer frame stiffened shell structures and to use them to evaluate the necessity of adapting the design process. A structural model is derived to describe the structural behaviour. From this, a method for calculating the panel instability load and a method for the sizing of frames is developed. It is shown that three aspects are responsible for the inadequate nature of the established methods: the neglect of transverse shear, the assumption of the pre-buckling condition as a membrane state rather than a bending state, and the reduction of the stiffened shell to a panel shell. Compared to numerical simulations, the developed methods provide similar accuracy with significantly lower time resource requirements.

Finally, the developed methods and evaluated research results are used to propose adjustments to the established design process of stringer frame stiffened shells. Based on the optimisation of a representative shell, the degree of adaptations for an optimal design in terms of lightweight design is evaluated. It is shown that the design process must be thought of in a holistic sense and that a separation of the design of the stringer-skin assembly and the sizing of the frames is not permissible.

Contents

Nomenclature	ix
1 Introduction	1
1.1 Motivation	1
1.2 Structural design of stringer frame stiffened shell structures	3
1.3 Objectives and scope of the thesis	6
2 Theoretical fundamentals	9
2.1 Coordinate system	9
2.2 Bending perturbations of shells	9
2.3 Buckling phenomena of stiffened shell structures	11
2.4 Smearred stiffener theory	15
2.5 State of the art	16
2.5.1 Assessment of state-of-the-art calculation methods	17
2.5.2 Assessment of state-of-the-art frame sizing methods	20
3 Calculation of panel instability	27
3.1 Approach of a novel calculation procedure	27
3.2 Verification of the presented approach	36
3.2.1 Study structures	36
3.2.2 Verification computations	38
3.2.3 Evaluation of applicability	45
3.2.4 The influence of stiffness change on the prediction accuracy	54
3.3 Interim summary of results	57
3.4 Adjusted approach for the calculation of panel instability	59
3.4.1 Approach of the calculation procedure	59
3.4.2 Buckling and post-buckling calculation of the shell skin	63
3.4.3 Adjusted smearred stiffener theory	64
3.4.4 Panel instability calculation	65
3.4.5 Failure mode estimation	68
3.5 Verification of the adjusted approach	69
3.5.1 Study structures	69
3.5.2 Verification computations	70
3.6 Summary of results	81

4	Minimum stiffness criterion for frames	85
4.1	Discussion on the derivation of a criterion	85
4.2	The approach of determining a transition point between buckling modes	86
4.2.1	Determining the minimum substitute stiffness	87
4.2.2	Deriving a suitable frame cross section	90
4.3	The approach of matching critical loads of buckling phenomena	92
4.3.1	Determining global buckling	92
4.3.2	Determining the minimum stiffness	95
4.4	Verification of the minimum stiffness criteria	96
4.4.1	Study structures	96
4.4.2	Verification computations	97
4.4.3	Comparison of approaches	113
4.5	Summary of results	117
5	Structural design process for prospective stringer profile shapes	119
5.1	Proposed structural design process	120
5.2	Optimisation of a stiffened cylindrical shell structure	121
5.2.1	Study structure	122
5.2.2	Optimisation procedure	123
5.2.3	Evaluation of optimised shell designs	124
5.3	Summary of results	126
6	Summary, conclusion and outlook	129
	Bibliography	133
A	Appendix	145
A.1	Substitution of the potential energies	145
A.1.1	Inner potential energy	145
A.1.2	External potential energy for static calculation	147
A.1.3	External potential energy for stability calculation	148
A.2	The stiffness matrix and geometric stiffness matrix of the EPIANO finite element	148

Nomenclature

Abbreviations

BEF	B eam on an E lastic F oundation
EDRAM	E fficient D esign of F rames
EPIANO	E fficient P anel I nstability A nalysis R outine
FEM	F inite E lement M ethod
GF	G lobal F ailure
LI-GF	L ocal I nstability - G lobal F ailure
NIAH	N umerical I mplementation of A symptotic H omogenization
NL	N on-linear
NSSM	N umerical-based S meared S tiffener M ethod
PI	P anel I nstability
PIA	P anel I nstability A nalysis
PM	P roposed D esign M ethods
PP	P roposed D esign P rocess
SA	S tate-of-the-art A pproach
SM	S tate-of-the-art D esign M ethods
SP	S tate-of-the-art D esign P rocess
ULPM	U pper L iquid P ropulsion M odule

Arabic alphabetic characters

$A_{fr/str}$	Cross section area of frame/stringer stiffener
$A_{ij,fr/skin/str}$	Entries of the in-plane stiffness matrix of frame stiffener/ skin/ stringer stiffener
A_{ij}	Entries of the in-plane stiffness matrix
ABD	Stiffness matrix calculated by the smeared stiffener theory

ABDS	Stiffness matrix calculated by the adjusted smeared stiffener theory
b_1, b_2, b_3	Geometrical properties of stringer stiffener and shell
$b_{1,eff}$	Effective width of buckled skin field
b_{fr}	Width of I-beam frame stiffener
$b_{fr,min}$	Minimum width of I-beam frame stiffener
B_{ij}	Entries of the coupling stiffness matrix
$B_{ij,fr/skin/str}$	Entries of the coupling stiffness matrix of frame stiffener/ skin/ stringer stiffener
b_{str}	Sum of the widths of one stringer stiffener
C_f	Constant factor of Shanley's method
D	Diameter of shell
D_{ij}	Entries of the bending stiffness matrix
$D_{ij,fr/skin/str}$	Entries of the bending stiffness matrix of frame stiffener/ skin/ stringer stiffener
E	E-modulus
$E_{fr/skin/str}$	E-modulus of frame material/ skin material/ stringer stiffener material
EI	Bending stiffness
$(EI)_{min}$	Minimum required bending stiffness of frame
F_1	Axial load
F_{crit}	Critical axial load for buckling
$F_{crit,BEF}$	Failure load of the beam on an elastic foundation
$F_{crit,EPIANO}$	Failure load determined with EPIANO
$F_{crit,FEM}$	Failure load determined by the finite element method
$F_{crit,global}$	Critical load of global buckling
$F_{crit,loc}$	Failure load of first occurring local failure
$F_{crit,panel}$	Panel instability load
$F_{crit,PIA}$	Failure load determined with PIA
$F_{crit,SA}$	Failure load determined with the state-of-the-art approach
$F_{crit,skin}$	Failure load of skin buckling
$F_{crit,strloc}$	Failure load of stringer flange buckling
$F_{crit,underneath}$	Failure load of skin buckling underneath stringer stiffener
F_{design}	Design load of shell structure
f_{red}	Reduction factor

F_R	Load in radial direction of the ring
$G_{ij,fr/skin/str}$	Shear modulus of frame stiffener/ shell skin/ stringer stiffener material
$I_{1,fr}$	Second moment of area of frame stiffener in x_1 -direction
$I_{2,fr,str}$	Second moment of area of frame stiffener/ stringer stiffener in x_2 -direction
h_{fr}	Height of I-beam frame stiffener
i_{max}	Upper bound of summation
$I_{t,fr/str}$	Torsion constant of frame stiffener/ stringer stiffener
$K_{1/2/3}$	Constant factor
\mathbf{K}_{el}	Stiffness matrix of one element
k_{el}	Stiffness parameter of the elastic foundation
$\mathbf{K}_{el,geom}$	Geometric stiffness matrix of one element
$\mathbf{K}_{el,stab}$	Stiffness matrix of one element for stability calculation
k_{lin}	Linear substitute stiffness of frame
\bar{k}_{lin}	Distributed linear substitute stiffness of frame
$\bar{k}_{lin,min}$	Minimum distributed linear substitute stiffness of frame
k_{rot}	Rotational substitute stiffness of frame
$\mathbf{K}_{total,geom}$	Total geometric stiffness matrix
$\mathbf{K}_{total,stab}$	Total stiffness matrix for stability calculation
$\mathbf{K}_{total,stat}$	Total stiffness matrix for static calculation
l	Length of a panel
L	Length of the stringer frame stiffened shell structure
l_p	Length of one half-wave of a buckled plate
M	Bending moment
m	Number of half-waves in longitudinal direction
m_B	Number of half-waves of the beam on an elastic foundation
m_{FEM}	Number of half-waves in longitudinal direction determined by the finite element analysis
m_{skin}	Number of half-waves in longitudinal direction of skin buckling mode
m_{ij}	Internal moment flux
M_R	Bending moment in tangential direction of the ring
m_s	Mass of a structure

$m_{s,ESmeared}$	Mass of shell using the EDRAM design method based on the smeared stiffener theory
$m_{s,ESub}$	Mass of shell using the EDRAM design method based on substitution of frames
$m_{s,F}$	Mass of shell using Friedrich's design method
$m_{s,fr/skin/str}$	Mass of frame stiffener/ skin/ stringer stiffener
$m_{s,min}$	Minimum mass of a structure
$m_{s,S}$	Mass of shell using Shanley's design method
$m_{s,total}$	Total mass of a structure
n	Number of full waves in the circumferential direction
$n_{1,stat}$	Static preload
n_1	Axial force flux
n_{crit}	Buckling force flux of the smeared shell structure
$n_{crit,panel}$	Panel instability force flux
$n_{crit,skin}$	Skin buckling force flux
n_{EPIANO}	Number of full waves in circumferential direction determined by EPI-ANO
n_{FEM}	Number of full waves in circumferential direction determined by the finite element analysis
$n_{fr/str}$	Number of ring frames/stringer
n_{ij}	Internal force flux
$n_{ij,stat}$	Pre-buckling force flux
n_{kr}	Critical force flux for panel instability according to Öry
n_{loc}	Number of full waves of local instability buckling mode
n_{panel}	Number of full waves in the circumferential direction of panel instability buckling mode
n_{PIA}	Number of full waves in circumferential direction determined by PIA
$p_{fr/str}$	Distance between frame/ stringer stiffener
q_{i3}	Internal transverse shear fluxes
R	Radius of shell structure
$R_{p0,2}$	Yield strength
S_{ij}	Entries of the transverse shear stiffness matrix
sr	Search range

t	Thickness
$t_{fr/str/skin}$	Thickness of frame stiffener/ stringer stiffener/ shell skin
u, v, w	Displacements in x_1, x_2, x_3 respectively ξ, η, x_3 direction
$w(x_1, x_2), w(\xi, \eta)$	Radial deformation
x_1, x_2, x_3	Coordinates of the cylindrical shell
$z_{fr/str}$	Distance between the shell's mid-plane and the center of area of frame stiffener/stringer stiffener

Greek alphabetic characters

α_S	Spring constant of Shanley's method
ϵ_{ij}	Shell strain in respective direction
ϕ	Rotation of ring beam
ϕ_1, ϕ_2	Rotation of shell
ϕ_{str}	Angle of omega stringer stiffener
γ_{ij}	Shell shear strain in respective direction
γ_{Th}	Stiffness parameter of the frame according to Thielemann
κ_{ij}	Shell curvature in respective direction
$\kappa_{i3,fr/skin/str}$	Shear correction factor of frame stiffener/ skin/ stringer stiffener
λ	Eigenvalue of the buckling analysis
ν	Poisson's ratio
ν_{skin}	Poisson's ratio of shell skin material
Π_i	Inner potential energy
Π_e	External potential energy
Π_{tot}	Total potential energy
ρ	Density
σ_{ij}	Normal stress component
σ_{max}	Maximum von Mises stress in the shell
τ_{ij}	Shear stress component
ξ, η	Substitution coordinates of the cylindrical shell