

# Modellierung und Regelung komplexer dynamischer Systeme

Band 56

Tobias Malzer

## **Energy-Based Control and Observer Design of Infinite-Dimensional Port-Hamiltonian Systems**

Schriften aus den Instituten für

Automatisierungs- und Regelungstechnik (TU Wien)  
Regelungstechnik und Prozessautomatisierung (JKU Linz)

Herausgeber: Andreas Kugi, Kurt Schlacher und  
Wolfgang Kemmetmüller

Modellierung und Regelung komplexer dynamischer Systeme

Band 56

**Tobias Malzer**

**Energy-Based Control and Observer Design of  
Infinite-Dimensional Port-Hamiltonian Systems**

Shaker Verlag  
Düren 2022

**Bibliographic information published by the Deutsche Nationalbibliothek**

The Deutsche Nationalbibliothek lists this publication in the Deutsche Nationalbibliografie; detailed bibliographic data are available in the Internet at <http://dnb.d-nb.de>.

Zugl.: Linz, Univ., Diss., 2021

Copyright Shaker Verlag 2022

All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording or otherwise, without the prior permission of the publishers.

Printed in Germany.

ISBN 978-3-8440-8492-4

ISSN 1866-2242

Shaker Verlag GmbH • Am Langen Graben 15a • 52353 Düren

Phone: 0049/2421/99011-0 • Telefax: 0049/2421/99011-9

Internet: [www.shaker.de](http://www.shaker.de) • e-mail: [info@shaker.de](mailto:info@shaker.de)

# Vorwort

Das vorliegende Buch entspricht im Wesentlichen meiner Dissertation, welche im Rahmen des FWF-Projektes "System-theoretic Analysis and Controller Design for PDEs - A formal Approach based on Differential Geometry" am Institut für Regelungstechnik und Prozessautomatisierung der Johannes Kepler Universität (JKU) Linz entstanden ist. Deshalb möchte ich zuerst meinem Betreuer Markus Schöberl dafür danken, dass er die Mühe auf sich genommen und einen ausführlichen und schlussendlich erfolgreichen Antrag für dieses Projekt geschrieben hat. Insbesondere möchte ich ihm jedoch einen großen Dank für die hervorragende Betreuung und Zusammenarbeit, aber auch für viele persönliche und private Gespräche, aussprechen. Mit seiner zweifelsohne großen Expertise im Bereich der Systeme, welche durch partielle Differentialgleichungen beschrieben werden, aber auch mit seiner ruhigen und besonnenen Art, war er mir bei der Erfüllung meines Wunsches einer Dissertation eine große Hilfe. Ein weiterer Dank gilt Kurt Schlacher für die Möglichkeit als wissenschaftlicher Projektmitarbeiter an seinem Institut zu arbeiten. Darüber hinaus möchte ich allen Mitarbeitern für die gute Zusammenarbeit am Institut danken. Hervorheben darf ich hier zum einen Hubert Rams, weil er mir den Einstieg in die Welt der partiellen Differentialgleichungen erleichtert hat und mir auch nach seinem Abschied vom Institut noch mit Rat und Tat zur Seite gestanden ist. Weiters möchte ich Bernd Kolar einen speziellen Dank für die angenehme Atmosphäre im Büro, aber auch für den einen oder anderen sarkastischen, erheiternden Kommentar über die Wichtigkeit von Regelungstheorie im Vergleich zu tatsächlichen Problemen, aussprechen.

Ein Teil dieser Arbeit entstand bei einem Forschungsaufenthalt am FEMTO ST Institut in Besançon, Frankreich, und daher möchte ich mich auch bei Yann Le Gorrec und bei meinem Kollegen und Freund Jesus Toledo sehr herzlich bedanken. Außerdem darf ich Paul Kotyczka einen Dank für seine Arbeit als Zweitgutachter aussprechen.

Auch wenn der Weg zeitweise durchaus steinig und von Hürden geprägt war, bin ich doch auch stolz auf das Ergebnis. Einen riesigen Anteil für das erfolgreiche Beschreiten dieses Weges hat meine bessere Hälfte, Alexandra. Deshalb möchte ich mich für die unendliche Unterstützung und Liebe, die ich durch sie erfahren habe, von tiefstem Herzen bedanken. Ein weiterer spezieller Dank gilt meinen Eltern, die mir schon während Studienzeiten ermöglichten, mich vielen anderen Dingen zu widmen und so ein Leben zu haben, welches abseits von Regelungstheorie sehr bunt gefüllt ist.



# Abstract

In light of the steady optimisation of technical and logistical processes, it is of advantage to realise mechanical components as lightweight construction, as this enables a reduction of the energy consumption as well as of the time that is required for certain motion sequences. This has the consequence that the dynamical systems under consideration are described by partial differential equations, which depend not only on the time but also on spatial variables. Compared to systems governed by ordinary differential equations, depending on the time solely, this implies a rise of complexity regarding the disciplines modelling, analysis and control design. A modern approach with respect to the description of these distributed-parameter systems is the port-Hamiltonian system representation. In this work, we mainly use a port-Hamiltonian formulation that is based on differential geometry, but also intend to discuss a scenario exploiting so-called Stokes-Dirac structures. In contrast to lumped-parameter systems, for systems with distributed parameters a lot of topics, like the controller and observer design for instance, are still partially unexplored, and thus, they constitute an exciting and promising research field.

Therefore, first we deal with energy-based control-design methods for boundary-actuated systems, where we put special emphasis on the extension of control strategies, which already exists for spatially one-dimensional systems, to systems with two-dimensional spatial domain. Motivated by elastic, mechanical structures with attached piezoelectric elements, a further objective is to adapt these control strategies for systems that are actuated within the spatial domain. Here, it should be mentioned that the derived control laws depend on distributed system states.

Thus, the port-Hamiltonian system representation shall be exploited with regard to the observer design for distributed-parameter systems in order to impose a certain behaviour on the resulting observer error. Here, different kinds of measurement shall be used, leading to differences in the design methods. While for the first method the intention is to determine the boundary conditions of the distributed-parameter observer in a proper manner, the other scheme requires a (slight) modification of the underlying partial differential equations.

To demonstrate the practical relevance of the proposed approaches, finally an energy-based observer for a single mast stacker crane, which constitutes an industrially relevant system, is developed. Here, the applicability of the design method is verified by comparisons of observer states with measurements of a test bench.



# Kurzfassung

Angesichts der ständigen Optimierung technischer und logistischer Prozesse ist es von Vorteil, verschiedenste mechanische Komponenten als Leichtbaukonstruktion zu realisieren, da dies eine Reduktion sowohl von Energieverbrauch als auch der benötigten Zeit von Bewegungsabläufen ermöglicht. Dies hat zur Konsequenz, dass die betrachteten dynamischen Systeme durch partielle Differentialgleichungen, welche nicht nur von der Zeit sondern auch von örtlichen Variablen abhängen, beschrieben werden. Im Vergleich zu durch gewöhnliche Differentialgleichungen beschriebenen Systemen, die nur von der Zeit abhängig sind, bedeutet dies allerdings einen Anstieg der Komplexität hinsichtlich der Disziplinen Modellierung, Analyse und Regelungsentwurf. Ein moderner Zugang für die Beschreibung dieser verteilt-parametrischen Systeme ist die Tor-basierte Hamiltonsche Systemdarstellung. In dieser Arbeit verwenden wir für diese Formulierung hauptsächlich einen Zugang basierend auf Differentialgeometrie, wollen aber auch kurz auf einen Fall, welcher sogenannte Stokes-Dirac Strukturen ausnutzt, eingehen. Im Gegensatz zu konzentriert-parametrischen Systemen sind für Systeme mit verteilten Parametern viele Themenbereiche, wie beispielsweise der Regler- und Beobachterentwurf, teilweise noch unerforscht, womit diese ein vielversprechendes Forschungsgebiet darstellen.

Darum beschäftigen wir uns zunächst mit energiebasierten Reglerentwurfsverfahren für am örtlichen Rand aktuierte Systeme, wobei wir einen Schwerpunkt auf die Erweiterung von Regelstrategien, die bereits für räumlich eindimensionale Systeme existieren, auf Systeme mit zweidimensionalen Gebiet legen. Motiviert durch elastische, mechanische Strukturen mit angebrachten piezoelektrischen Elementen ist ein weiteres Ziel, solche energiebasierten Entwurfsmethoden für Systeme, welche im örtlichen Gebiet aktuiert werden, zu adaptieren. Dabei ist zu erwähnen, dass die entworfenen Regelgesetze von verteilten Zuständen abhängen.

Deshalb soll die Tor-basierte Hamiltonsche Darstellung auch hinsichtlich des Beobachterentwurfs verteilt-parametrischer Systeme ausgenutzt werden, um dem resultierenden Beobachterfehlersystem ein gewünschtes Verhalten aufzuerlegen. Hier sollen verschiedene Arten von Messungen verwendet werden, was zu Unterschieden in den Entwurfsmethoden führt. Während es bei der ersten Methode darum geht, die Randbedingungen des verteilt-parametrischen Beobachters in geeigneter Art und Weise festzulegen, erfordert die andere Methode eine (leichte) Modifizierung der zugrunde liegenden partiellen Differentialgleichungen.

Um die praktische Relevanz dieser Zugänge zu verdeutlichen, wird zum Abschluss ein energiebasierter Beobachter für ein Bediengerät eines Hochregallagers, welches ein industrierelevantes dynamisches System darstellt, entworfen. Dabei wird die Anwendbarkeit des Entwurfsverfahrens durch Vergleiche von Beobachtergrößen mit Messungen an einem Labormodell gezeigt.



# Contents

<b>List of Figures</b>	<b>III</b>
<b>1. Introduction</b>	<b>1</b>
<b>2. Mathematical Framework</b>	<b>7</b>
2.1. Bundles . . . . .	7
2.2. Jet Bundles . . . . .	9
2.3. Evolution Equations . . . . .	13
2.4. Formal Change of Hamiltonian Functionals . . . . .	14
2.4.1. Hamiltonian Densities . . . . .	14
2.4.2. Miscellaneous Items . . . . .	16
2.4.3. Decomposition of the Formal Change of Functionals . . . . .	18
2.5. Dirac Structures . . . . .	22
2.6. Functional Analytic Tools . . . . .	23
<b>3. System Representations for Infinite-Dimensional Port-Hamiltonian Systems</b>	<b>25</b>
3.1. Port-Hamiltonian Systems based on Differential Geometry . . . . .	26
3.1.1. Lumped-Parameter Port-Hamiltonian Systems . . . . .	27
3.1.2. Distributed-Parameter Port-Hamiltonian Systems I . . . . .	28
3.1.3. Distributed-Parameter Port-Hamiltonian Systems II . . . . .	47
3.2. Port-Hamiltonian Systems based on Stokes-Dirac Structures . . . . .	64
3.2.1. Structural Preliminaries . . . . .	64
3.2.2. System Representation . . . . .	66
3.3. Conclusion . . . . .	70
<b>4. Contributions to the Energy-Based Control of Infinite-Dimensional Port-Hamiltonian Systems</b>	<b>71</b>
4.1. Controller Design for Boundary-Actuated Systems . . . . .	72
4.1.1. Casimir Control . . . . .	72
4.1.2. Energy-Balancing Control . . . . .	82
4.2. Casimir-based Controller Design for In-Domain Actuated Systems . . . . .	87
4.2.1. Controller Design within the Jet-Bundle Approach . . . . .	88
4.2.2. Controller Design within the Stokes-Dirac Scenario . . . . .	96
4.3. Conclusion . . . . .	101
<b>5. Observer Design based on Port-Hamiltonian Formulations</b>	<b>103</b>
5.1. Observer Design for Boundary Measurements . . . . .	104

5.2.	Observer Design with In-Domain Correction Terms . . . . .	114
5.2.1.	Observer Design within the Jet-Bundle Approach . . . . .	115
5.2.2.	Observer Design within the Stokes-Dirac Scenario . . . . .	126
5.3.	Conclusion . . . . .	129
<b>6.</b>	<b>Energy-Based Observer Design for a Single Mast Stacker Crane</b>	<b>131</b>
6.1.	Equations of Motion . . . . .	133
6.2.	Energy-Based Observer Design . . . . .	134
6.2.1.	Observer Design . . . . .	135
6.2.2.	Stability Analysis of the Observer Error . . . . .	139
6.2.3.	Comparison with Measurement Results . . . . .	143
6.3.	Observer Design within the Stokes-Dirac Scenario . . . . .	144
6.4.	Conclusion and Outlook . . . . .	149
<b>7.</b>	<b>Concluding Remarks and Outlook</b>	<b>151</b>
<b>A.</b>	<b>Appendix</b>	<b>153</b>
A.1.	Detailed Proofs and Computations . . . . .	153
A.1.1.	Determination of the Formal Adjoint of certain Differential Oper- ators . . . . .	153
A.1.2.	Stability Analysis of the Observer Error of a SMC . . . . .	157
A.2.	Miscellaneous Control Examples . . . . .	161
A.2.1.	Boundary Control of Nonlinear Port-Hamiltonian Systems with One-dimensional Spatial Domain . . . . .	161
A.2.2.	Energy-Based Control of In-domain Actuated Systems with One- Dimensional Spatial Domain . . . . .	163
	<b>Bibliography</b>	<b>165</b>

## List of Figures

3.1. System configuration of an in-domain actuated vibrating string. . . . .	36
3.2. System configuration of an in-domain actuated Euler-Bernoulli beam. . .	41
3.3. Schematic representation of a piezo-actuated Kirchhoff-Love plate. . . .	44
3.4. System configuration of a boundary-actuated Kirchhoff-Love plate. . . .	52
4.1. Power-conserving interconnection structure (pcis) for spatially two-dimensional boundary-actuated pH-systems. Note that – in contrast to spatially one-dimensional systems – it is necessary to integrate over the output densities $y^{\partial,1}$ and $y^{\partial,2}$ in order to enable the coupling with a finite-dimensional controller. . . . .	73
4.2. Simulation results for the Casimir-based controller developed for the boundary-actuated Kirchhoff-Love plate with Kelvin-Voigt damping. . .	81
4.3. Simulation results for the closed-loop system. . . . .	82
4.4. Simulation results for the energy-balancing controller developed for the boundary-actuated nonlinear beam structure with Kelvin-Voigt damping. . . .	87
4.5. Power-conserving interconnection structure for spatially two-dimensional in-domain actuated pH-systems, where it is necessary to integrate over the spatial domain to allow for the coupling with a finite-dimensional controller. . . . .	89
4.6. Simulation results for the Casimir-based controller developed for the in-domain actuated vibrating string. . . . .	93
4.7. Desired rest position of the piezo-actuated Kirchhoff-Love plate. . . . .	94
4.8. Simulation results for the Casimir-based controller developed for the piezo-actuated Kirchhoff-Love plate. . . . .	96
4.9. Simulation results for the Casimir-based controller developed within the Stokes-Dirac scenario for the in-domain actuated vibrating string. . . . .	100
5.1. System configuration of a boundary-actuated Kirchhoff-Love plate with boundary measurements. . . . .	110
5.2. Simulation results for the combination of the Casimir-based controller and the ipH-observer for the boundary-actuated Kirchhoff-Love plate with Kelvin-Voigt damping. . . . .	114
5.3. Simulation results for the infinite-dimensional ipH-observer for the boundary-actuated Kirchhoff-Love plate with Kelvin-Voigt damping. . . . .	114
5.4. Simulation results for the Casimir-based controller combined with the ipH-observer developed for the in-domain actuated vibrating string. . . . .	119
5.5. Simulation results for the infinite-dimensional observer developed for the in-domain actuated vibrating string. . . . .	126

6.1. Schematic representation of the SMC laboratory model. . . . .	134
6.2. Comparison of the observer state and a measurement for the experiment with the driving unit at rest. . . . .	144
6.3. Comparison of observer states and measurements, where the driving unit is moved. . . . .	145
A.1. Simulation results for the Casimir-based controller developed for the piezo-actuated Euler-Bernoulli beam. . . . .	164