Modellierung und Regelung
komplexer dynamischer Systeme

Band 59

Conrad Gstöttner

Analysis and Control of Flat Systems by Geometric Methods

Schriften aus den Instituten für

Automatisierungs- und Regelungstechnik (TU Wien)
Regelungstechnik und Prozessautomatisierung (JKU Linz)

Herausgeber: Andreas Kugi, Kurt Schlacher und
Wolfgang Kemmetmüller

Modellierung und Regelung komplexer dynamischer Systeme

Band 59

Conrad Gstöttner

Analysis and Control of Flat Systems by Geometric Methods

Shaker Verlag
Düren 2023

Bibliographic information published by the Deutsche Nationalbibliothek
The Deutsche Nationalbibliothek lists this publication in the Deutsche Nationalbibliografie; detailed bibliographic data are available in the Internet at http://dnb.d-nb.de.

Zugl.: Linz, Univ., Diss., 2022

Printed in Germany.

ISBN 978-3-8440-8946-2
ISSN 1866-2242

Shaker Verlag GmbH • Am Langen Graben 15a • 52353 Düren
Phone: 0049/2421/99011-0 • Telefax: 0049/2421/99011-9
Internet: www.shaker.de • e-mail: info@shaker.de

Preface

The present book is essentially my doctoral thesis, which is a result of my work as research associate in the FWF-project P32151 *Flatness based system decompositions* at the Institute of Automatic Control and Control Systems Technology of the Johannes Kepler University Linz. Therefore, I would first like to thank my supervisor Markus Schöberl for initiating and leading this project. I am grateful to him for giving me the opportunity to be part of this project and to create my thesis within the scope of this project. I would also like to thank him for his professional advice and encouragement for my work. Furthermore, I would like to thank Kurt Schlacher for giving me the opportunity to work at his institute. I would also like to thank Bernd Kolar. His expertise in the field of flatness and constant availability for discussions were truly valuable for my work. Furthermore, I would like to thank my colleagues at the institute for the pleasant working atmosphere and I would also like to thank them for leisure activities undertaken together.

It is an honour to mention Witold Respondek, who gave me the opportunity for a research visit at the INSA Rouen Normandie, and Florentina Nicolau. I would like to thank them for devoting a great amount of time to inspiring discussions during my research visit in Rouen and the ongoing collaboration. I would also like to thank Frank Woittennek for his work as second evaluator of my thesis.

I am grateful to my parents for giving me the opportunity to study at the university and their support all along. Finally, I would like to thank my beloved Adriana for her encouragement and support during the demanding time of creating my thesis.

Linz, January 2023 Conrad Gstöttner

Abstract

The book in hand deals with differentially flat nonlinear control systems governed by ordinary differential equations. The characteristic property of differentially flat systems is that they possess a (fictitious) output such that the state and the inputs of the system can be expressed in terms of this output and a finite number of its time derivatives. Such a (fictitious) output is called a flat output of the system. If a flat output is known, feed-forward and feedback control problems can be solved systematically. Many practical systems from various fields of engineering are indeed flat.

The two main aspects of flatness addressed in this work are the systematic design of flatness based tracking controls and the computation of flat outputs. The standard approach for flatness based tracking control relies on an exact linearization of the system by means of an endogenous dynamic feedback. The resulting tracking control law is then also a dynamic control law. A well-established alternative, which circumvents the drawback of yielding a dynamic control law, is based on an exact linearization by a quasi-static feedback of generalized states. A practical implementation of the resulting tracking control law requires measurements (or estimates) of certain time derivatives of the flat output, which can be problematic in practice. The design method proposed in this work is based on an exact linearization by a quasi-static feedback of classical states. This method allows for a systematic derivation of tracking control laws which are static while only necessitating measurements (or estimates) of the state of the system instead of time derivatives of a flat output.

The other main aspect of flatness considered in this work is the computation of flat outputs for nonlinear control systems. In order to apply flatness based methods, it is of course mandatory to know a flat output of the system. However, the computation of flat outputs for nonlinear systems is in general a very difficult task. There do not exist easily verifiable necessary and sufficient conditions for flatness, except for several special classes of systems. Nontrivial sufficient conditions for flatness can be obtained by characterizing structurally flat triangular forms. In this work, two triangular forms on the basis of the extended chained form are proposed. Each of these two triangular forms is obtained by augmenting the extended chained form with certain subsystems in Brunovský normal form. Geometric characterizations for these two triangular forms are derived, based on which it can easily be checked whether a given system is static feedback equivalent to one of them. It turns out that a broad variety of practical and academic examples can be handled with these two triangular forms. The computation of the corresponding compatible flat outputs does not require an explicit transformation into a triangular form. Another contribution of this work to the problem of computing flat outputs is a geometric characterization of a particular class of flat systems, namely the class of two-input systems which are linearizable by an at most two-dimensional endogenous dynamic feedback. This characterization not

only yields easily verifiable necessary and sufficient conditions for checking whether a system belongs to this class, it also allows for a systematic computation of flat outputs for these systems.

Kurzfassung

Das vorliegende Buch beschäftigt sich mit differentiell flachen nichtlinearen Systemen die durch gewöhnliche Differentialgleichungen beschrieben werden. Die charakteristische Eigenschaft differentiell flacher Systeme ist, dass sie einen (fiktiven) Ausgang besitzen, so dass der Zustand und der Eingang des Systems durch diesen Ausgang und dessen Zeitableitungen ausgedrückt werden können. Ein solcher (fiktiver) Ausgang wird flacher Ausgang des Systems genannt. Wenn ein flacher Ausgang bekannt ist, können regelungstechnische Problemstellungen wie der Entwurf von Vorsteuerungen oder Rückführungen systematisch gelöst werden. Viele praktische Systeme aus verschiedenen technischen Bereichen sind in der Tat flach.

Die zwei Hauptaspekte von Flachheit, die in dieser Arbeit behandelt werden, sind der systematische Entwurf von flachheitsbasierten Folgeregelungen und die Berechnung flacher Ausgänge. Der Standardmethode für den Entwurf von flachheitsbasierten Folgeregelungen liegt eine exakte Linearisierung des Systems durch eine endogene dynamische Rückführung zu Grunde. Das Resultat eines solchen Entwurfs ist ein dynamisches Regelgesetz. Eine gut etablierte Alternative, die den Nachteil ein dynamisches Regelgesetz zu liefern umgeht, basiert auf einer exakten Linearisierung des Systems durch eine quasistatische Rückführung von verallgemeinerten Zuständen. Die praktische Implementierung eines solchen Regelgesetzes erfordert aber, dass Messungen (oder Schätzungen) gewisser Zeitableitungen des flachen Ausgangs verfügbar sind. In dieser Arbeit wird eine Entwurfsmethode vorgestellt, die auf einer quasistatischen Rückführung von klassischen Zuständen beruht. Diese Methode erlaubt es systematisch Folgeregelgesetze zu entwerfen, die statisch sind und dennoch nur Messungen (oder Schätzungen) des Zustands des Systems, anstatt von Zeitableitungen des flachen Ausgangs, erfordern.

Der zweite Hauptaspekt von Flachheit, der in dieser Arbeit behandelt wird, ist die Berechnung flacher Ausgänge für nichtlineare Systeme. Die Anwendung flachheitsbasierter Regelungsentwurfsmethoden setzt natürlich die Kenntnis eines flachen Ausgangs des Systems voraus. Das Berechnen flacher Ausgänge für nichtlineare Systeme ist im Allgemeinen jedoch eine sehr schwierige Aufgabe. Einfach überprüfbare notwendige und hinreichende Bedingungen für Flachheit gibt es nicht, abgesehen von Bedingungen für einige spezielle Systemklassen. Nicht triviale hinreichende Bedingungen für Flachheit können durch das Charakterisieren von strukturell flachen Dreiecksformen hergeleitet werden. In der vorliegenden Arbeit werden zwei Dreiecksformen, die beide auf der sogenannten erweiterten Chained-Form basieren, vorgestellt. Beide Dreiecksformen entstehen durch das Anfügen von Teilsystemen in Brunovský Normalform an die erweiterte Chained-Form. Für diese Dreiecksformen werden geometrische Charakterisierungen hergeleitet. Basierend auf diesen kann einfach überprüft werden, ob ein gegebenes System in eine dieser Dreiecksformen transformiert werden kann. Viele praktische und akademische Beispiele können mit diesen beiden

Dreiecksformen gehandhabt werden. Für die Berechnung der entsprechenden kompatiblen flachen Ausgänge ist keine Transformation in eine Dreiecksform nötig. Ein weiterer Beitrag dieser Arbeit zur Berechnung flacher Ausgänge ist eine geometrische Charakterisierung einer gewissen Klasse flacher Systeme, nämlich der Klasse flacher Systeme mit zwei Eingängen, die durch eine maximal zweidimensionale endogene dynamische Rückführung exakt linearisiert werden können. Diese Charakterisierung liefert nicht nur einfach anwendbare notwendige und hinreichende Bedingungen mit denen überprüft werden kann, ob ein System zu dieser Klasse gehört, sondern ermöglicht auch eine systematisch Berechnung flacher Ausgänge für diese Systeme.

Contents