

Schriftenreihe der Verfahrenstechnik Universität Paderborn

Band 27

**Andreas Flekler  
Manfred H. Pahl**

**Vibrationsmischen von Flüssigkeiten  
bei dreidimensionaler Schwingungsanregung  
des Mischbehälters**

Shaker Verlag  
Aachen 2004

**Bibliografische Information der Deutschen Bibliothek**

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.ddb.de> abrufbar.

Copyright Shaker Verlag 2004

Alle Rechte, auch das des auszugsweisen Nachdruckes, der auszugsweisen oder vollständigen Wiedergabe, der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen und der Übersetzung, vorbehalten.

Printed in Germany.

ISBN 3-8322-2109-3

ISSN 1435-1137

Shaker Verlag GmbH • Postfach 101818 • 52018 Aachen

Telefon: 02407 / 95 96 - 0 • Telefax: 02407 / 95 96 - 9

Internet: [www.shaker.de](http://www.shaker.de) • eMail: [info@shaker.de](mailto:info@shaker.de)

**Vorwort**

Wer sich über lange Jahre mit dem Mischen von hochviskosen Fluiden beschäftigt und die langen Mischzeiten, den Gaseintrag und die umständliche Reinigung der Rührer und Behälter kennt, der kann nicht einfach an den Farbmischern in jedem Malergeschäft vorbeigehen. Dort nimmt man eine Dose mit Grundlack, gibt einige Milliliter Farbe hinzu, schüttelt das ganze 5 Minuten und schon ist der Mischprozess abgeschlossen.

Um hinter die physikalischen Vorgänge zu kommen, entstand diese Arbeit als erster Einstieg im Lehrstuhl für Mechanische Verfahrenstechnik und Umwelttechnik der Universität Paderborn.

Wie dem geneigten Leser nicht entgehen wird, waren einige wagemutige Ansätze zu machen, um der Lösung näher zu kommen. Die Autoren hoffen, dass sie auf dem richtigen Weg waren. Wir wählen diesen Weg der Veröffentlichung, um die Gedankengänge durch kurze Publikationen nicht ständig unterbrechen zu müssen.

Der Deutschen Forschungsgemeinschaft sagen wir für die finanzielle Unterstützung recht herzlichen Dank.

Paderborn, den 01.08.03

Manfred H. Pahl  
Andreas Flekler



---

## Inhaltsverzeichnis

<b>Zusammenfassung</b>	<b>1</b>
<b>1 Ausgangspunkt und Zielsetzung</b>	<b>3</b>
<b>2 Versuchsstand</b>	<b>5</b>
2.1 Mechanik des 3D-Vibrationsstandes	5
2.2 Messanalyse/Steuerungs-System	7
<b>3 Theorie</b>	<b>11</b>
3.1 Berechnung der Flüssigkeitsbewegung bei eindimensionaler Anregung des Mischbehälters	11
3.1.1 Definition	11
3.1.2 Wellen und Strömungsberechnung bei $x$ -Anregung des Behälters	13
3.1.3 Wellen und Strömungsberechnung bei $z$ -Anregung des Behälters	25
3.2 Berechnung der Flüssigkeitsbewegung bei zwei- und dreidimensionaler Anregung des Mischbehälters	31
3.3 Theorie der Mischzeit	37
3.4 Dissipation bei der Vibrationskonvektion	45
3.5 Optimale Schwingformen und Versuchsbedingungen	47
<b>4 Experimentelle Ergebnisse</b>	<b>51</b>
4.1 Wellen- und Strömungsformen	51
4.1.1 Wellen- und Strömungsformen bei $x$ - bzw. $y$ -Anregung des Behälters	51
4.1.2 Flüssigkeitsbewegung bei $xy$ -Schwingung des Behälters in einer Kreisbahn	54
4.1.3 Flüssigkeitsbewegung bei einer instationären $xy$ -Schwingung des Behälters	58
4.1.4 Wellen- und Strömungsformen bei $z$ -Anregung des Behälters	62
4.1.5 Flüssigkeitsbewegung bei $xz$ -Schwingung des Behälters in einer Ellipsenbahn	65
4.2 Mischzeituntersuchungen	68
4.2.1 Allgemeines	68
4.2.2 Mischzeiten bei optimalen 2D-Schwingformen des Behälters	69
4.2.3 Mischzeiten bei nichtstationären 3D-Schwingungen des Behälters	78

---

4.2.4	Einfluss der Deckelberührung von Oberflächenwellen auf die Mischzeit	80
<b>5</b>	<b>Technische Folgerungen und Ausblick</b>	<b>83</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>85</b>

---

**Formelzeichen**

$a_i$	[m/s <sup>2</sup> ]	Beschleunigungskomponente des Mischbehälters allgemein
$a_{il}$	[m/s <sup>2</sup> ]	Beschleunigungskomponente eines Flüssigkeitsteilchens relativ zu Behälter in allgemeiner Richtung
$a_{xl}, a_{yl}, a_{zl}$	[m/s <sup>2</sup> ]	Beschleunigungskomponente eines Flüssigkeitsteilchens relativ zu Behälter in $x, y, z$ -Richtung
$A$	[m]	Schwingamplitude
$A$	[m <sup>2</sup> ]	Fläche
$b$	[Ns/m]	Dämpfungskonstante
$c$	[N/m]	Federkonstante
$c$	[-]	Konzentration
$D$	[-]	Dämpfungsmaß
$1D, 2D, 3D$	[-]	Dimensionszahlen
$f$	[Hz]	Frequenz
$f_i$	[Hz]	Frequenz der Schwingkomponenten des Behälters
$F$	[N]	Kraft
$F_R$	[N]	Rückwirkungskraft
$g$	[m/s <sup>2</sup> ]	Erdbeschleunigung
$h$	[m]	Höhe
$h_0$	[m]	Füllhöhe des Behälters
$I$	[N s m]	Drehimpuls
$k$	[-]	Koeffizient
$k_d$	[-]	dynamische Koeffizient
$k_B, k_M$	[-]	Korrektionsfaktor für Berghöhe und Muldentiefe
$M$	[kg]	Masse
$p$	[N/m <sup>2</sup> ]	Druck
$P$	[Wt/s]	Mischprozess-Leistung
$r$	[m]	Radius
$r_0$	[m]	Behälterradius
$t$	[s]	Zeit
$t_M$	[s]	Mischzeit
$t_{MK}$	[s]	konvektive Mischzeit

## VIII

---

$t_M^*$	[s]	berechnete Mischzeit
$t_{MK}^*$	[s]	berechnete konvektive Mischzeit
$T_x, T_y, T_z$	[s]	Dauer der Schwingperiode in $x$ -, $y$ -, $z$ -Richtung
$T_{zs}$	[s]	Dauer des Wellenzyklus bei $z$ -Anregung des Behälters
$V$	[m <sup>3</sup> ]	Volumen
$w_i$	[m/s]	primäre konvektive Strömung allgemein
$w_j$	[m/s]	sekundäre konvektive Strömung allgemein
$w_{ij}$	[m/s]	Komponenten der konvektiven Strömung allgemeine
$w_x, w_y, w_z$	[m/s]	primäre konvektive Strömung durch $x$ -, $y$ -, $z$ -Anregung
$\hat{w}$	[m/s]	gemittelte konvektive Strömungsgeschwindigkeit
$w_{xy}$	[m/s]	sekundäre konvektive Strömung bei $xy$ -Anregung
$w_{xz}$	[m/s]	sekundäre konvektive Strömung bei $xz$ -Anregung
$x$	[m]	Koordinate
$x$	[m]	Schwingform des Behälters in $x$ -Richtung
$xyz$	[m]	raumfestes Kartesisches Koordinatensystem
$\dot{x}$	[°]	Winkel Schwinggeschwindigkeit des Behälters in $x$ -Richtung
$\ddot{x}$	[m/s <sup>2</sup> ]	Schwingbeschleunigung des Behälters in $x$ -Richtung
$x_B$	[m]	Koordinate der benetzten Behälterwand
$x_I y_I z_I$	[m]	an den Mischbehälter gebundenes Kartesisches Koordinatensystem
$\ddot{x}_F$	[m/s <sup>2</sup> ]	Beschleunigung eines Flüssigkeitsteilchens in $x_I$ -Richtung
$y$	[m]	Koordinate
$y$	[m]	Schwingform des Behälters in $y$ -Richtung
$\dot{y}$	[m/s]	Schwinggeschwindigkeit in $y$ -Richtung
$\ddot{y}$	[m/s <sup>2</sup> ]	Schwingbeschleunigung in $y$ -Richtung
$\ddot{y}_F$	[m/s <sup>2</sup> ]	Beschleunigung eines Flüssigkeitsteilchens in $y_I$ -Richtung
$y_B$	[m]	Koordinate der benetzten Behälterwand
$z$	[m]	Koordinate
$z$	[m]	Schwingform des Behälters in $z$ -Richtung
$\dot{z}$	[m/s]	Schwinggeschwindigkeit in $z$ -Richtung
$\ddot{z}$	[m/s <sup>2</sup> ]	Schwingbeschleunigung in $z$ -Richtung
$\ddot{z}_F$	[m/s <sup>2</sup> ]	Beschleunigung eines Flüssigkeitsteilchens in $z_I$ -Richtung



---

$z_i$	[m]	Schwingform der Wellenoberfläche bei 1D-Anregung oder Primärkomponenten der Wellenform allgemein
$z_x, z_y, z_z$	[m]	Primärwellen bei separater $x$ -, $y$ -, $z$ -Anregung oder Primärkomponenten der Wellenform
$z_{xB}, z_{xM}$	[m]	zeitabhängige Berghöhe, Muldentiefe der $z_x$ -Primärwelle
$z_{xB}^l, z_{xB}^r$	[m]	zeitabhängige Berghöhe der $z_x$ -Primärwelle links und rechts von der Behälterachse
$z_j$	[m]	Sekundärwellen oder Sekundärkomponenten der Wellenform allgemein
$z_{xj}, z_{yj}, z_{zj}$	[m]	Primärwellen bei separater $x$ -, $y$ -, $z$ -Anregung oder Primärkomponenten der Wellenform
$z_{xyj}, z_{xzj}, z_{yzj}$	[m]	Sekundärwellen bei $xy$ -, $xz$ -, $yz$ -Anregung oder Sekundärkomponenten der Wellenform

### Formelzeichen, griechisch

$\alpha$	[°]	Winkel im zylindrischen Koordinatensystem
$\chi$	[-]	Abstimmung
$\delta$	[s <sup>-1</sup> ]	Abklingkonstante
$\varepsilon$	[-]	relative Stauhöhe der Oberflächenwelle
$\phi$	[°]	Drehschwingung der Flüssigkeitsoberfläche im Bereich der Drehachse
$\gamma$	[°]	Neigungswinkel eines Wellenkamms
$\eta$	[Pa s]	Viskosität
$\varphi$	[°]	Phasenwinkel
$\varphi$	[-]	relative Füllhöhe des Behälters
$\lambda$	[m]	Wellenlänge
$\nu$	[Pa s m <sup>3</sup> /kg]	kinematische Viskosität
$\rho$	[kg/m <sup>3</sup> ]	Dichte
$\omega$	[s <sup>-1</sup> ]	Drehfrequenz allgemein
$\omega_x, \omega_y, \omega_z$	[s <sup>-1</sup> ]	Drehfrequenz der $x$ -, $y$ -, $z$ -Anregungskomponente
$\omega_{x0}, \omega_{y0}, \omega_{z0}$	[s <sup>-1</sup> ]	Eigenfrequenz der $x$ -, $y$ -, $z$ -Schwingsystem-Komponente
$\psi$	[°]	Phasenwinkel
$\Delta$	[-]	Differenz

**Indizes**

$0$	Konstante
$B$	Behälter, Wellenberg
$D$	Drehe-
$F$	Flüssigkeit
$G$	Gipfel
$i$	Laufvariable für Primärkomponenten
$j$	Laufvariable für Sekundärkomponenten
$l$	links
$kr$	kritisch
$K$	konvektiv
$M$	Mulde
$M$	Mischen
$r$	rechts
$s$	statisch
$S$	Schwingsystem
$p$	Druck
$\Phi$	Schwingbahn-Art