

---

# Dynamische Eigenschaften axial durchströmter Ringspalte

---

Maximilian M. G. Kuhr

Band 29



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

 FLUID  
SYSTEM  
TECHNIK

Forschungsberichte zur Fluidsystemtechnik

Herausgegeben von Prof. Dr.-Ing. Peter F. Pelz

# Dynamische Eigenschaften axial durchströmter Ringspalte

Vom Fachbereich Maschinenbau  
an der Technischen Universität Darmstadt  
zur Erlangung des akademischen Grades eines  
Doktor-Ingenieurs  
(Dr.-Ing.)

eingereichte

## D I S S E R T A T I O N

vorgelegt von

**Maximilian Markus Georg Kuhr M.Sc.**

aus Aachen

Berichterstatter:	Prof. Dr.-Ing. Peter F. Pelz
Mitberichterstatter:	Prof. Dr.-Ing. Rainer Nordmann
Tag der Einreichung:	25.01.2022
Tag der mündlichen Prüfung:	17.03.2022

Darmstadt 2022

D 17



Forschungsberichte zur Fluidsystemtechnik

Band 29

**Maximilian Markus Georg Kuhr**

**Dynamische Eigenschaften  
axial durchströmter Ringspalte**

D 17 (Diss. TU Darmstadt)

Shaker Verlag  
Düren 2022

**Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek**

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Zugl.: Darmstadt, Techn. Univ., Diss., 2022

Copyright Shaker Verlag 2022

Alle Rechte, auch das des auszugsweisen Nachdruckes, der auszugsweisen oder vollständigen Wiedergabe, der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen und der Übersetzung, vorbehalten.

Printed in Germany.

ISBN 978-3-8440-8610-2

ISSN 2194-9565

Shaker Verlag GmbH • Am Langen Graben 15a • 52353 Düren

Telefon: 02421 / 99 0 11 - 0 • Telefax: 02421 / 99 0 11 - 9

Internet: [www.shaker.de](http://www.shaker.de) • E-Mail: [info@shaker.de](mailto:info@shaker.de)

# Vorwort des Herausgebers

Dem Entwicklungsprozess wohnt inne, dass der Entwickler (oder der Algorithmus, der in Zukunft möglicherweise den Menschen im Designprozess ersetzt) sowohl Funktion als auch die drei Qualitätsdimensionen Aufwand, Verfügbarkeit und Akzeptanz antizipieren muss. Dies gilt, da das zu realisierende System noch gar nicht existiert. Die Antizipation erfordert Modelle und insbesondere Vertrauen in die Modelle. Die Modellunsicherheit soll also klein sein. Nun gilt zur Validität von Modellen die Erkenntnis: „Alle Modelle sind falsch, manche nützlich“ (George Box). Daneben sind die vier Anforderungen von Heinrich Hertz an ein Modell zu stellen: Ein gutes Modell ist a) konsistent, b) knapp, c) klar (Hertz) und d) valide (Box). Bekanntermaßen wird die Modellimplementierung im Verifikationsprozess überprüft.

## **Es wird eng und turbulent: Spalte, Dichtungen und Lager**

Für den Maschinenbau, der durch Entwicklung, Fertigung, Verkauf und Beschäftigung die meisten Steuern in den Staatshaushalt bringt, gilt: „Am Anfang war die Mittellinie“. Dann kommt schon die Welle, die Spaltdichtung oder das mediengeschmierte Lager und dann der Rest, d.h. die Wicklungen, Schaufeln, Kolben und Zahnräder, die unsere technische Welt in Gang halten. Unsere Welt ruht also auf den Lagern, die Herr Kuhr in seiner Dissertation betrachtet.

Eine Welle in einem Lager hat zunächst sechs Freiheitsgrade. Der Drehfreiheitsgrad ist durch das Zusammenspiel von An- und Abtrieb vorgegeben, sodass fünf Freiheitsgrade übrigbleiben. Die Translation in axialer Richtung wird über ein Axiallager gesperrt, sodass vier Freiheitsgrade verbleiben, nämlich zwei translatorische und zwei rotatorische Freiheitsgrade. Letztere sind die Verkipfung der Welle um die zwei lateralen Achsen. Lager haben kapazitive (Nachgiebigkeit), dissipative (Dämpfung) und induktive (Trägheit) Eigenschaften. Damit werden die dynamischen Eigenschaften des Lagers durch 48 Koeffizienten beschrieben, sofern eine Theorie erster Ordnung verwendet wird. Diese dynamischen Eigenschaften stehen im Fokus der Arbeit von Herrn Kuhr.

Bekannte experimentelle und numerische Arbeiten zur dynamischen Eigenschaft von Spalten vernachlässigen immer einen oder mehrere der acht wesentlichen Aspekte, die hier aufgelistet sind:

1. Die Flüssigkeitsträgheit bei klassischer Schmierfilmtheorie. Diese ist nur bei kleinem Produkt von Reynoldszahl und relativem Lagerspiel vernachlässigbar. Diejenigen, die die Reynoldssche Gleichung lösen, vernachlässigen von vornherein 16 der 48 Koeffizienten.
2. Häufig wird die axiale Strömung nicht beachtet oder der Vordrall der Strömung beim Eintritt in den Spalt. Beides ist aber wesentlich für die Stabilität des Rotors, wie Herr Kuhr zeigt.
3. Zumeist wird die Verkipfung der Welle ignoriert und allein die beiden translatorischen Freiheitsgrade betrachtet. Dies reduziert die Anzahl der dynamischen Koeffizienten von 48 auf nun mehr zwölf. Wie Herr Kuhr aber in seiner Arbeit eindrucksvoll zeigt, ist die Vernachlässigung der Verkipfung bei der Stabilitätsbetrachtung häufig nicht zulässig.
4. Eine experimentelle Modellvalidierung erfolgt häufig nicht. Dies hat den Grund, dass experimentelle Daten extrem rar sind, da praktisch keine Prüfstände existieren. Die zwei von Herrn Kuhr entwickelten Prüfstände bauen auf den Ideen und Prüfständen von Herrn Prof. Nordmann auf. Die beiden am Institut für Fluidsystemtechnik von Herrn Kuhr entwickelten und genutzten Prüfstände führen das Konzept konsequent weiter, sodass heute zwei weltweit einzigartige Prüfstände zur Charakterisierung von Spalten in der Darmstädter Halle stehen.
5. Die Unsicherheitsquantifizierung der Messdaten erfolgt häufig halberzig, wenn überhaupt. Herr Kuhr hat demgegenüber innovativ die Unsicherheitsquantifizierung im Frequenzraum erweitert.
6. Heutzutage wird die Berücksichtigung der zusätzlichen 36 rotordynamischen Koeffizienten zumeist einzig auf Basis der Ringspaltlänge beurteilt. Im Allgemeinen wird empfohlen, dass ab einem Verhältnis Ringspaltlänge zu Wellenradius von 1.5 die zusätzlichen Koeffizienten in der Bewegungsgleichung relevant werden. Die Herleitung dieses geometrischen Schwellenwerts vernachlässigt jedoch jedweden operativen Parameter des Ringspalts gänzlich (Druckdifferenz, Drall, etc.). Herr Kuhr zeigt, dass neben der Ringspaltlänge auch die Durchflusszahl und die modifizierte Reynoldszahl ausschlaggebend für die Beurteilung der

Relevanz der zusätzlichen rotordynamischen Koeffizienten ist. Das für die Praxis sehr wichtige Ergebnis ist Abbildung 6.10 und Abbildung 6.11 auf Seite 156 ff.

7. Die Bewertung der Systemstabilität erfolgt bei Herrn Kuhr über das logarithmische Dekrement. Hierbei verwendet Herr Kuhr eine erweiterte Betrachtung des logarithmischen Dekrements, basierend auf den Arbeiten von Kanemori & Iwatsubo. Diese alternative Formulierung stellt strenggenommen eine weitere Analyse des Realteils der Eigenwerte dar. Mit dieser ist es möglich, den Einfluss der einzelnen physikalischen Effekte, d.h. der Kräfte und Momente auf den Rotor durch translatorische bzw. rotatorische Bewegungen, auf die Stabilität des Systems gesondert zu betrachten. Herr Kuhr zeigt, dass im Allgemeinen die Kräfte durch translatorische Bewegungen sowie die Momente durch rotatorische Bewegungen stabilisierend wirken, wohingegen die Kräfte durch rotatorische Bewegung und Momente durch translatorische Bewegungen einen destabilisierenden Einfluss haben. Diese Klarheit und Eleganz, die Heinrich Hertz fordert (konsistent, knapp, klar s.o.) ist häufig bei anderen Autoren nicht gegeben.
8. Heutzutage werden zur Berücksichtigung der Geschwindigkeitsprofile im Spalt entweder parabolische oder blockartige Profile verwendet. Die reale Welt ist aber häufig turbulent. Von den Integralmethoden der Grenzschichttheorie kennt man den praktischen Nutzen von Potenzansätzen für die Geschwindigkeitsprofile. Dies hat Herr Kuhr und sein Vorgänger Herr Dr.-Ing. Lang richtigerweise umgesetzt und damit einen wesentlichen Fortschritt erzielt. Nun könnte man auf die Idee kommen, die Strömung im Spalt mittels 3D-CFD-Methoden zu berechnen. In der Tat ist dies ein Zugang. Die Zeiteffizienz dieses Verfahrens ist allerdings nicht akzeptabel. Daher haben mein früherer Mitarbeiter Herr Lang und meine derzeitigen Mitarbeiter, die Herren Kuhr und Robrecht CAPM entwickelt.



## **Nutzen für die Wissenschaft und die Industrie**

Ein generischer Prüfstand ist bereits ein Modell der technischen Wirklichkeit. Herr Kuhr hat deren zwei gebaut, wobei nur einer in der Arbeit vorgestellt wird. Herr Kuhr's Lagerprüfstände sind äußerst komplexe mechatronische Systeme. Eine Feldberechnungsmethode ist ein Modell. Herr Kuhr hat wesentliche Funktionen von CAPM erst ermöglicht, so die Bestimmung dynamischer Koeffizienten. CAPM ist im Vergleich zu 3D-CFD knapp, aber gleichzeitig wie 3D-CFD konsistent. Es ist valide im Vergleich zu den gemessenen Lager- und Dichtungseigenschaften, wohingegen die Lösung der Reynoldsschen Gleichung häufig nicht valide Ergebnisse liefert. Bei der Reynoldsschen Gleichung gilt der Satz von George Box. Die Gültigkeit der Gleichung ist an Grenzen gebunden, die häufig ignoriert werden. Herr Kuhr hat ein Systemmodell gebildet und zwar mit den konzentrierten Parametern, die aus CAPM oder dem Prüfstand resultieren. Letztlich hat Herr Kuhr mit Abbildung 6.11 wichtige Konstruktionshinweise gegeben. Auch dies ist ein Modell, da es den Design-Raum einschränkt. Insgesamt hat Herr Kuhr vier unterschiedliche Modelle erarbeitet und validiert. Jedes Modell dient einem unterschiedlichen Zweck. Herr Kuhr bringt nicht nur die Wissenschaft in den Methoden und Erkenntnissen voran, sondern auch die Industrie, die bereits heute seine Ergebnisse zur Auslegung von Rotoren und deren Lagerungen nutzt.

Darmstadt, im März 2022

Peter Pelz

# Vorwort

Die vorliegende Dissertation entstand im Laufe mehrerer Forschungsprojekte, während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter des Instituts für Fluidsystemtechnik der Technischen Universität Darmstadt. Im Laufe dieser Zeit hatte ich das Vergnügen, mit einer Vielzahl von außergewöhnlichen Menschen zusammenzuarbeiten. Einigen von ihnen bin ich zu besonderem Dank verpflichtet.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Peter F. Pelz danke ich für die Betreuung der Arbeit und das fortwährende Vertrauen in meine Forschung und mich. Besonders die von ihm zugesicherten Freiheiten sowie die fachliche und gestalterische Unterstützung haben maßgeblich zur Entstehung dieser Arbeit beigetragen.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Rainer Nordmann danke ich für die bereitwillige Übernahme des Koreferats, die fachliche Betreuung sowie das besondere Interesse an meiner Arbeit.

Ein besonderer Dank gilt den Mitarbeitern der institutseigenen mechanischen Werkstatt Udo Trometer, Andreas Schuler, Kai Habermann und Dieter Meier für die Fertigung der Prüfstandskomponenten.

Allen Kolleginnen und Kollegen des Instituts danke ich für die wertvollen Gespräche und die tolle Arbeitsatmosphäre am Institut. Ein außerordentlicher Dank für die ursprüngliche Gestaltung des Forschungsthemas am Institut sowie die Unterstützung auch nach seiner aktiven Zeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter gilt Herrn Dr.-Ing. Sebastian Lang. Des Weiteren gilt mein besonderer Dank den Herren Dr.-Ing. Gerhard Ludwig, Dr.-Ing. John Fiesen, Dr.-Ing. Christian Schänzle, Dr.-Ing. Bastian Pfau, Grigorios Hatzissawidis, Benjamin Hermann, Kevin Logan, Manuel Rexer, Robin Robrecht und Philipp Wetterich für die fachliche und gestalterische Unterstützung bei der Anfertigung dieser Arbeit.

Ein zusätzlicher, aber nicht minder wichtiger Dank geht an die große Anzahl von Studierenden, welche mit Engagement und Begeisterung den Aufbau des Prüfstands sowie die Entwicklung des Modells begleitet haben. Besonders hervorzuheben sind hierbei die Herren Tom Bayer, Lucas Kreuder und Leon Schuhmann, welche sich auch vor bzw. nach den regulären Arbeitszeiten meiner Forschung gewidmet haben.

Besonderer Dank gilt meiner Familie. Meinen Eltern Markus und Bettina Kuhr für den moralischen und humoristischen Rückhalt in frustrierenden Zeiten sowie meinen Schwiegereltern Andrea und Robert Schäfer für die guten Zusprüche bei besonders langen Arbeitstagen.

## VI

Mein abschließender und größter Dank gilt meiner Frau Nicole und unseren beiden Söhnen Leon und Louis, ohne deren Rückhalt, alltägliche Ablenkungen und stetige Ermutigungen die vorliegende Dissertation nicht entstanden wäre. Ihnen ist diese Arbeit gewidmet.

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Arbeit, abgesehen von den in ihr ausdrücklich genannten Hilfen, selbstständig verfasst habe.

Darmstadt, im Januar 2022

Maximilian M. G. Kuhr





*Try. Do or do not. There is no try.*

Jedi Master Yoda<sup>a</sup>

---

<sup>a</sup> **Star Wars** © & Lucasfilm Ltd. All Rights Reserved. Used under authorization. COURTESY OF LUCASFILM LTD.



## Kurzfassung

Das rotordynamische Verhalten moderner Fluidenergiemaschinen wird im Wesentlichen durch die dynamischen Eigenschaften axial durchströmter Ringspalte beeinflusst. Durch strömungsmechanische Effekte innerhalb der Ringspalte werden bewegungsabhängige Kräfte und Momente auf den Rotor induziert. Obgleich der dynamische Einfluss unbestritten ist, vernachlässigt der Großteil der Untersuchungen in der Literatur die induzierten Momente durch translatorische sowie die Kräfte und Momente durch rotatorische Bewegungen. Eine systematische, theoretische und experimentelle Untersuchung der dynamischen Eigenschaften, d.h. aller 48 rotordynamischen Koeffizienten, ist somit nicht vorhanden. Die vorliegende Arbeit liefert einen maßgeblichen Beitrag zur Schließung dieser Forschungslücke. Aufbauend auf der zentralen Frage nach der Kenntnis aller 48 rotordynamischen Koeffizienten, wird der Stand der Forschung hinsichtlich der dynamischen Eigenschaften typischer Ringspalte wie Gleitlager und berührungsloser Fluiddichtungen aufgearbeitet. Besonders die Annahmen zur heutzutage üblichen Modellierung des dynamischen Einflusses mit 12 rotordynamischen Koeffizienten werden hervorgehoben und kritisch diskutiert. Im Anschluss daran wird ein existierendes, zeiteffizientes Berechnungswerkzeug, das Clearance-Averaged Pressure Model (CAPM), zur Berechnung aller 48 rotordynamischen Koeffizienten erweitert und initial mit den wenigen verfügbaren Daten aus der Literatur verglichen. Zur ausführlichen Validierung des Modells wird ein eigens konzipierter und weltweit einzigartiger Prüfstand vorgestellt. Dieser Prüfstand ermöglicht es sowohl die statischen als auch dynamischen Eigenschaften axial durchströmter Ringspalte zu identifizieren. Durch Vergleich der experimentellen Ergebnisse mit den Berechnungen des CAPM wird das Modell validiert. Das validierte Modell wird im Anschluss zur Untersuchung des Einflusses der Geometrie- und Betriebsparameter auf die 48 rotordynamischen Koeffizienten verwendet. Im Wesentlichen wird hierbei die Frage beantwortet, ab welchen Bedingungen eine Vernachlässigung der zusätzlichen 36 Koeffizienten gerechtfertigt ist. Es zeigt sich, dass neben der Ringspaltlänge auch die Durchflusszahl und die modifizierte Reynoldszahl ausschlaggebend für die Beurteilung der Relevanz der zusätzlichen Koeffizienten ist. Abschließend wird der Frage nachgegangen, welche Auswirkung eine Modellierung des dynamischen Einflusses mit und ohne Betrachtung der zusätzlichen 36 rotordynamischen Koeffizienten auf das Verhalten eines Beispielsystems hat. Mit Hilfe einer alternativen Formulierung des logarithmischen Dekrements wird gezeigt, dass die Kräfte aus der translatorischen Bewegung sowie die Momente aus der rotatorischen Bewegung einen stabilisierenden Einfluss auf das System aufweisen. Die Kräfte aus der rotatorischen Bewegung und die Momente aus der translatorischen Bewegung wirken hingegen destabilisierend auf das System.



## Abstract

The rotordynamic behaviour of modern turbomachinery is mainly influenced by the dynamic characteristics of annular gaps with an axial flow component. Due to fluid mechanical effects, motion-dependent forces and torques are induced on the rotor. Although the dynamic influence is indisputable, most of the published studies neglect the induced torques due to translational motions as well as the forces and torques due to angular motions. A systematic theoretical and experimental investigation of the dynamic characteristics, i.e. of all 48 rotordynamic coefficients, thus does not exist. The present thesis contributes significantly to bridge this research gap. Based on the main research question regarding the knowledge of all 48 rotordynamic coefficients, the latest research regarding the dynamic characteristics of typical annular gaps such as journal bearings and annular seals is reviewed. Especially, the assumptions concerning the nowadays common modelling of the dynamic influence with 12 rotordynamic coefficients are highlighted and critically discussed. Subsequently, an existing time-efficient calculation tool, the Clearance-Averaged Pressure Model (CAPM), is enhanced to calculate all 48 rotordynamic coefficients. The CAPM is initially compared to the limited data available from published works. A specially designed and worldwide unique test rig is introduced to validate the model in detail. The test rig allows identifying both the static and dynamic characteristics of annular gaps with an axial flow component. Subsequently, the model is validated by comparing the experimental results to the calculations obtained by the Clearance-Averaged Pressure Model. The validated model is then used to investigate the influence of the geometry and operating parameters on the 48 rotordynamic coefficients. Essentially, the question under which conditions the additional 36 coefficients can be neglected is answered. It is shown that, in addition to the length of the annulus, the flow number and the modified Reynolds number are decisive for assessing the relevance of the additional coefficients. Finally, the question is addressed which effect a modelling of the dynamic influence with and without consideration of the additional 36 rotordynamic coefficients has on the behaviour of an exemplary system. Using an alternative formulation of the logarithmic decrement, it can be shown that the forces from the translational motions as well as the torques from the angular motions have a stabilizing effect on the system. The forces from the angular motions and the torques from the translational motions, on the other hand, have a destabilizing effect on the system.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Grundlagen</b>	<b>9</b>
2.1	Der axial durchströmte Ringspalt . . . . .	10
2.2	Stand der Forschung . . . . .	20
2.2.1	Dynamische Eigenschaften öl- bzw. fördermedienge- schmierter Gleitlager und berührungsloser Fluiddich- tungen . . . . .	20
2.2.2	Generalisierte Betrachtung der dynamischen Eigenschaf- ten . . . . .	30
2.2.3	Zwischenfazit . . . . .	35
2.3	Systemverhalten . . . . .	36
2.3.1	Whirl-Frequenzverhältnis und effektive Dämpfung . . .	36
2.3.2	Hurwitz-Kriterium . . . . .	40
2.3.3	Das logarithmische Dekrement . . . . .	42
<b>3</b>	<b>Modellbildung</b>	<b>45</b>
3.1	Das Clearance-Averaged Pressure Model . . . . .	46
3.2	Störungsrechnung . . . . .	54
3.3	Voruntersuchungen . . . . .	65
3.3.1	Rotordynamische Koeffizienten aus den Kräften auf den Rotor durch translatorische Bewegung . . . . .	67
3.3.2	Rotordynamische Koeffizienten aus den Momenten auf den Rotor durch rotatorische Bewegung . . . . .	69
3.4	Zwischenfazit . . . . .	71
<b>4</b>	<b>Der Spaltströmungsprüfstand</b>	<b>73</b>
4.1	Versuchsaufbau . . . . .	74
4.2	Identifikationsverfahren . . . . .	82
4.3	Quantifizierung der Messunsicherheit . . . . .	86
4.3.1	Systematische und statistische Messunsicherheit . . . .	86
4.4	Vorversuche . . . . .	91
4.4.1	Validierung des Identifikationsverfahrens . . . . .	91
4.4.2	Dynamische Eigenschaften des Versuchsaufbaus . . . .	95
<b>5</b>	<b>Experimentelle Identifikation und Modellvalidierung</b>	<b>101</b>
5.1	Variation der Ringspaltlänge . . . . .	104
5.1.1	Steifigkeiten . . . . .	106

5.1.2	Dämpfungen . . . . .	110
5.1.3	Trägheiten . . . . .	112
5.2	Variation der Durchflusszahl . . . . .	116
5.2.1	Steifigkeiten . . . . .	116
5.2.2	Dämpfungen . . . . .	118
5.2.3	Trägheiten . . . . .	120
5.3	Variation des Taumelpunkts . . . . .	122
5.3.1	Steifigkeiten . . . . .	122
5.3.2	Dämpfungen . . . . .	124
5.3.3	Trägheiten . . . . .	126
5.4	Zwischenfazit . . . . .	128
<b>6</b>	<b>Weiterführende Untersuchungen und Relevanz einer generalisierten Betrachtung</b>	<b>129</b>
6.1	Einfluss der Ringspaltlänge . . . . .	131
6.1.1	Steifigkeiten . . . . .	132
6.1.2	Dämpfungen . . . . .	134
6.1.3	Trägheiten . . . . .	136
6.2	Einfluss der Durchflusszahl . . . . .	138
6.2.1	Steifigkeiten . . . . .	138
6.2.2	Dämpfungen . . . . .	142
6.2.3	Trägheiten . . . . .	144
6.3	Einfluss der modifizierten Reynoldszahl . . . . .	146
6.3.1	Steifigkeiten . . . . .	146
6.3.2	Dämpfungen . . . . .	148
6.3.3	Trägheiten . . . . .	150
6.4	Beurteilung der Relevanz der zusätzlichen rotordynamischen Koeffizienten . . . . .	152
6.5	Zwischenfazit . . . . .	160
<b>7</b>	<b>Systemverhalten</b>	<b>163</b>
7.1	Alternative Formulierung des logarithmischen Dekrements . . . . .	165
7.2	Einfluss einer generalisierten Betrachtung auf das Systemverhalten . . . . .	170
7.2.1	Einfluss der Ringspaltlänge . . . . .	170
7.2.2	Einfluss des Vordralls . . . . .	178
7.3	Zwischenfazit . . . . .	182
<b>8</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>183</b>
	<b>Literatur</b>	<b>189</b>

<b>A</b>	<b>Dimensionsanalyse</b>	<b>199</b>
<b>B</b>	<b>Der Spaltströmungsprüfstand</b>	<b>203</b>
	B.1 Komponenten . . . . .	203
	B.2 Messtechnik . . . . .	205
<b>C</b>	<b>Experimentelle Identifikation und Modellvalidierung</b>	<b>207</b>
	C.1 Variation der modifizierten Reynoldszahl . . . . .	208
	C.2 Variation des Vordralls . . . . .	211
<b>D</b>	<b>Weiterführende Untersuchungen und Relevanz einer generalisierten Betrachtung</b>	<b>215</b>
	D.1 Einfluss der relativen Exzentrizität . . . . .	216
	D.2 Einfluss des Taumelpunkts . . . . .	219
	D.3 Einfluss des Vordralls . . . . .	222
	D.4 Relevanz der zusätzlichen rotordynamischen Koeffizienten . . .	225
<b>E</b>	<b>Systemverhalten</b>	<b>229</b>
	E.1 Einfluss der Ringspaltlänge auf die logarithmischen Teildekremente . . . . .	230
	E.2 Einfluss der Ringspaltlänge auf die logarithmischen Teildekremente . . . . .	231
	E.3 Einfluss der relativen Exzentrizität . . . . .	232
	E.4 Einfluss des Taumelpunkts . . . . .	235
	E.5 Einfluss der modifizierten Reynoldszahl . . . . .	238
	E.6 Einfluss der Durchflusszahl . . . . .	241

## Symbolverzeichnis

Die Symbole der ersten Spalte werden in der zweiten Spalte beschrieben. Dimensionsbehaftete Größen werden innerhalb der Arbeit durch eine Tilde  $\tilde{\phantom{x}}$  gekennzeichnet. Die dritte Spalte, wenn vorhanden, gibt bei dimensionsbehafteten Größen die Dimension als Produkt der Basisgrößen Länge (L), Masse (M), Zeit (T), Temperatur ( $\Theta$ ) und elektrischer Strom (I) an. Bei dimensionslosen Größen gibt die dritte Spalte die zugehörige Definition an.

### Dimensionsbehaftete Größen

Symbol	Beschreibung	Dimension
$\tilde{A}$	Fläche	$L^2$
$\tilde{B}$	magnetische Flussdichte	$MT^{-2}I^{-1}$
$\tilde{c}_\varphi$	Geschwindigkeit in Umfangsrichtung	$LT^{-1}$
$\tilde{c}_z$	Geschwindigkeit in axialer Richtung	$LT^{-1}$
$\tilde{C}_\varphi$	Geschwindigkeit in Umfangsrichtung auf halber Ringspalthöhe	$LT^{-1}$
$\tilde{C}_\varphi _{z=0}$	Umfangskomponente der Strömung vor Eintritt in den Ringspalt	$LT^{-1}$
$\tilde{C}_z$	Geschwindigkeit in axialer Richtung auf halber Ringspalthöhe	$LT^{-1}$
$\tilde{\tilde{C}}_z$	mittlere axiale Strömungsgeschwindigkeit	$LT^{-1}$
$\tilde{C}_{ij}$	Dämpfungskoeffizient aus Kraft und translatorischer Bewegung ( $i, j = X, Y$ )	$MT^{-1}$
$\tilde{C}'_{ij}$	Dämpfungskoeffizient aus Kraft und rotatorischer Bewegung ( $i = X, Y; j = \alpha, \beta$ )	$LMT^{-1}$
$\tilde{C}''_{ij}$	Dämpfungskoeffizient aus Moment und translatorischer Bewegung ( $i = \alpha, \beta; j = X, Y$ )	$LMT^{-1}$
$\tilde{C}'''_{ij}$	Dämpfungskoeffizient aus Moment und rotatorischer Bewegung ( $i, j = \alpha, \beta$ )	$L^2MT^{-1}$
$\tilde{D}$	Durchmesser des Rotors	L
$\tilde{e}$	Exzentrizität des Rotors	L
$\Delta\tilde{e}$	Amplitude der Präzessionsbewegung um die statische Ruhelage	L
$\tilde{E}_{\text{KIN}}$	kinetische Energie	$L^2MT^{-2}$

$\tilde{f}$	Frequenz der Präzessionsbewegung	$T^{-1}$
$\tilde{F}$	Kraft der Strömung auf den Rotor	$LMT^{-2}$
$\tilde{g}$	Massenkraft der Schwere	$LT^{-2}$
$\tilde{G}$	Gewichtskraft des Rotors	$LMT^{-2}$
$\tilde{h}$	mittlere Spaltweite	L
$\tilde{K}_{ij}$	Steifigkeitskoeffizient aus Kraft und translatorischer Bewegung ( $i, j = X, Y$ )	$MT^{-2}$
$\tilde{K}_{ij}$	Steifigkeitskoeffizient aus Kraft und rotatorischer Bewegung ( $i = X, Y; j = \alpha, \beta$ )	$LMT^{-2}$
$\tilde{K}_{ij}$	Steifigkeitskoeffizient aus Moment und translatorischer Bewegung ( $i = \alpha, \beta; j = X, Y$ )	$LMT^{-2}$
$\tilde{K}_{ij}$	Steifigkeitskoeffizient aus Moment und rotatorischer Bewegung ( $i, j = \alpha, \beta$ )	$L^2MT^{-2}$
$\tilde{L}$	Ringspaltlänge	L
$\tilde{M}$	Moment der Strömung auf den Rotor	$LM^2T^{-2}$
$\tilde{M}_{ij}$	Trägheitskoeffizient aus Kraft und translatorischer Bewegung ( $i, j = X, Y$ )	M
$\tilde{M}_{ij}$	Trägheitskoeffizient aus Kraft und rotatorischer Bewegung ( $i = X, Y; j = \alpha, \beta$ )	LM
$\tilde{M}_{ij}$	Trägheitskoeffizient aus Moment und translatorischer Bewegung ( $i = \alpha, \beta; j = X, Y$ )	LM
$\tilde{M}_{ij}$	Trägheitskoeffizient aus Moment und rotatorischer Bewegung ( $i, j = \alpha, \beta$ )	$L^2M$
$\tilde{M}_{ROT}$	Masse des Rotors	M
$\tilde{Q}$	Volumenstrom	$L^3T^{-1}$
$\tilde{p}$	Druck	$L^{-1}MT^{-2}$
$\tilde{r}$	Radialkoordinate	L
$\tilde{R}$	Rotorradius	L
$\tilde{s}$	Lage des Rotorschwerpunkts	L
$\tilde{t}$	Zeit	T
$\tilde{T}$	Temperatur	$\Theta$
$\tilde{V}$	Volumen des Rotors	$L^3$
$\tilde{X}$	X-Koordinate	L
$\tilde{Y}$	Y-Koordinate	L
$\tilde{z}$	z-Koordinate	L
$\tilde{z}_T$	Abstand des Taumelpunkts vom Ringspalteintritt	L
$\tilde{\delta}$	Grenzschichtdicke	L
$\tilde{\Gamma}$	Zirkulation	$L^2T^{-1}$
$\tilde{\eta}$	dynamische Viskosität	$L^{-1}MT^{-1}$

$\tilde{\Theta}_{\text{ROT}}$	Trägheit des Rotors	$L^2M$
$\tilde{\lambda}$	Eigenwert	$T^{-1}$
$\tilde{\mu}_0$	magnetische Feldkonstante	$LMT^{-2}I^{-2}$
$\tilde{\nu}$	kinematische Viskosität	$L^2T^{-1}$
$\tilde{\rho}$	Dichte	$L^{-3}M$
$\tilde{\tau}_{y\varphi} _0^{\hbar}$	Summe der Wandschubspannungen an Stator und Rotor in Umfangsrichtung	$L^{-1}MT^{-2}$
$\tilde{\tau}_{yz} _0^{\hbar}$	Summe der Wandschubspannungen an Stator und Rotor in axialer Richtung	$L^{-1}MT^{-2}$
$\tilde{\Phi}$	Potential der Strömung	$L^2T^{-1}$
$\tilde{\omega}$	Kreisfrequenz der Präzessionsbewegung	$T^{-1}$
$\tilde{\omega}_0$	Eigenfrequenz	$T^{-1}$
$\tilde{\omega}_D$	Eigenfrequenz des gedämpften Systems	$T^{-1}$
$\tilde{\Omega}$	Kreisfrequenz des Rotors	$T^{-1}$

## Dimensionslose Größen

Symbol	Beschreibung	Definition
$a_i$	$i$ -ter Koeffizient des charakteristischen Polynoms	
$B$	einhüllende Abklingkurve einer Schwingung	
$c_{\square}$	Skalar der zerlegten Dämpfungsmatrix des rotordynamischen Systems	
$c_{\varphi}$	dimensionslose Geschwindigkeit in Umfangsrichtung	$\tilde{c}_{\varphi} / (\tilde{\Omega} \tilde{R})$
$c_z$	dimensionslose Geschwindigkeit in axialer Richtung	$\tilde{c}_z / \tilde{C}_z$
$C_{\varphi}$	Geschwindigkeit in Umfangsrichtung auf halber Ringspalthöhe	$\tilde{C}_{\varphi} / (\tilde{\Omega} \tilde{R})$
$C_{\varphi} _{z=0}$	Vordrall, d.h. die entdimensionierte Umfangsgeschwindigkeit vor Eintritt in den Ringspalt	$\tilde{C}_{\varphi} _{z=0} / (\tilde{\Omega} \tilde{R})$
$C_z$	Geschwindigkeit in axialer Richtung auf halber Ringspalthöhe	$\tilde{C}_z / \tilde{C}_z$
$C_{ij}$	Dämpfungskoeffizient aus Kraft und translatorischer Bewegung ( $i, j = X, Y$ )	$2\tilde{h}\tilde{C}_{ij} / (\tilde{\varrho}\tilde{\Omega}\tilde{R}^3\tilde{L})$
$C_{ij}$	Dämpfungskoeffizient aus Kraft und rotatorischer Bewegung ( $i = X, Y; j = \alpha, \beta$ )	$2\tilde{h}\tilde{C}_{ij} / (\tilde{\varrho}\tilde{\Omega}\tilde{R}^3\tilde{L}^2)$
$C_{ij}$	Dämpfungskoeffizient aus Moment und translatorischer Bewegung ( $i = \alpha, \beta; j = X, Y$ )	$2\tilde{h}\tilde{C}_{ij} / (\tilde{\varrho}\tilde{\Omega}\tilde{R}^3\tilde{L}^2)$
$C_{ij}$	Dämpfungskoeffizient aus Moment und rotatorischer Bewegung ( $i, j = \alpha, \beta$ )	$2\tilde{h}\tilde{C}_{ij} / (\tilde{\varrho}\tilde{\Omega}\tilde{R}^3\tilde{L}^3)$
$D_i$	$i$ -te Hauptabschnittsdetermine der quadratischen Hurwitz-Matrix	
$f$	Fanning-Widerstandszahl	
$F$	Kraft der Strömung auf den Rotor	$2\tilde{F} / (\tilde{\varrho}\tilde{\Omega}^2\tilde{R}^3\tilde{L})$
<b>H</b>	Hurwitz-Matrix	
$i$	imaginäre Einheit	$\sqrt{-1}$
$k_{\square}$	Skalar der zerlegten Steifigkeitsmatrix des rotordynamischen Systems	
$K_{ij}$	Steifigkeitskoeffizient aus Kraft und translatorischer Bewegung ( $i, j = X, Y$ )	$2\tilde{h}\tilde{K}_{ij} / (\tilde{\varrho}\tilde{\Omega}^2\tilde{R}^3\tilde{L})$



$K_{ij}$	Steifigkeitskoeffizient aus Kraft und rotatorischer Bewegung ( $i = X, Y; j = \alpha, \beta$ )	$2\tilde{h}\tilde{K}_{ij} / (\tilde{\varrho}\tilde{\Omega}^2\tilde{R}^3\tilde{L}^2)$
$K_{ij}$	Steifigkeitskoeffizient aus Moment und translatorischer Bewegung ( $i = \alpha, \beta; j = X, Y$ )	$2\tilde{h}\tilde{K}_{ij} / (\tilde{\varrho}\tilde{\Omega}^2\tilde{R}^3\tilde{L}^2)$
$K_{ij}$	Steifigkeitskoeffizient aus Moment und rotatorischer Bewegung ( $i, j = \alpha, \beta$ )	$2\tilde{h}\tilde{K}_{ij} / (\tilde{\varrho}\tilde{\Omega}^2\tilde{R}^4\tilde{L}^3)$
$\hat{l}_i$	linksseitiger Eigenvektor zum $i$ -ten Eigenwert	
$L$	relative Ringspalllänge	$\tilde{L}/\tilde{R}$
$m_{\square}$	Skalar der zerlegten Trägheitsmatrix des rotordynamischen Systems	
$m_f$	empirische Konstante im Wandschubspannungsmodell	
$M$	Moment der Strömung auf den Rotor	$2\tilde{M} / (\tilde{\varrho}\tilde{\Omega}^2\tilde{R}^3\tilde{L}^2)$
$M_{ij}$	Trägheitskoeffizient aus Kraft und translatorischer Bewegung ( $i, j = X, Y$ )	$2\tilde{h}\tilde{M}_{ij} / (\tilde{\varrho}\tilde{R}^3\tilde{L})$
$M_{ij}$	Trägheitskoeffizient aus Kraft und rotatorischer Bewegung ( $i = X, Y; j = \alpha, \beta$ )	$2\tilde{h}\tilde{M}_{ij} / (\tilde{\varrho}\tilde{R}^3\tilde{L}^2)$
$M_{ij}$	Trägheitskoeffizient aus Moment und translatorischer Bewegung ( $i = \alpha, \beta; j = X, Y$ )	$2\tilde{h}\tilde{M}_{ij} / (\tilde{\varrho}\tilde{R}^3\tilde{L}^2)$
$M_{ij}$	Trägheitskoeffizient aus Moment und rotatorischer Bewegung ( $i, j = \alpha, \beta$ )	$2\tilde{h}\tilde{M}_{ij} / (\tilde{\varrho}\tilde{R}^4\tilde{L}^3)$
$M_{\text{ROT}}$	dimensionslose Masse des Rotors	$2\tilde{h}\tilde{M}_{\text{ROT}} / (\tilde{\varrho}\tilde{R}^3\tilde{L})$
$n_f$	empirischer Exponent im Wandschubspannungsmodell	
$n_{\varphi}, n_z$	Exponent der Potenzgesetze zur Beschreibung der Geschwindigkeitsprofile	
$N$	Anzahl an physikalischen Parameter bzw. Einträgen in einer Spaltenmatrix	
$p$	dimensionsloser Druck	$2\tilde{p} / (\tilde{\varrho}\tilde{\Omega}^2\tilde{R}^2)$
$\hat{q}$	dimensionslose Schwingungsamplitude	
$\hat{q}_i$	rechtsseitiger Eigenvektor zum $i$ -ten Eigenwert	
$Re_{\varphi}$	Reynoldszahl	$\tilde{\Omega}\tilde{R}\tilde{h}/\tilde{\nu}$
$t$	dimensionslose Zeit	$\tilde{\Omega}\tilde{t}$
$t_{VI}$	Student'scher $t$ -Faktor	
$W$	Gewichte der „bisquare“ Gewichtung	
$y$	Radialkoordinate zählend ab Stator	
$y_{\text{ROT}}$	Hilfskoordinate zählend ab Rotor	
$z$	Axialkoordinate	$\tilde{z}/\tilde{L}$

$z_T$	dimensionsloser Abstand des Taumelpunkts vom Ringspalteintritt	$\tilde{z}_T/\tilde{L}$
$\alpha_X$	Winkel der Drehung um die X-Koordinatenachse	
$\alpha$	normierter Winkel der Drehung um die X-Koordinatenachse	$\tilde{L}/\tilde{h} \alpha_X$
$\beta_Y$	Winkel der Drehung um die Y-Koordinatenachse	
$\beta$	normierter Winkel der Drehung um die Y-Koordinatenachse	$\tilde{L}/\tilde{h} \beta_X$
$\Delta\gamma$	Amplitude der Präzessionsbewegung in den rotatorischen Freiheitsgraden	
$\gamma$	normierte Amplitude der Präzessionsbewegung in den rotatorischen Freiheitsgraden	$\tilde{L}/\tilde{h} \Delta\gamma$
$\delta$	Grenzschichtdicke	$\tilde{\delta}/\tilde{h}$
$\epsilon$	Störparameter bzw. Amplitude der Präzessionsbewegung in den translatorischen Freiheitsgraden	$\Delta\tilde{e}/\tilde{h}$
$\varepsilon$	relative Exzentrizität	$\tilde{e}/\tilde{h}$
$\zeta$	Druckverlustkoeffizient	
$\theta$	Verlagerungswinkel	
$\Theta_{\text{ROT}}$	dimensionslose Trägheit des Rotors	$2\tilde{h}\tilde{\Theta}_{\text{ROT}}/(\tilde{\rho}\tilde{R}^4\tilde{L}^3)$
$\lambda$	dimensionsloser Eigenwert	$\tilde{\lambda}/\tilde{\Omega}$
$\Lambda$	logarithmisches Dekrement	$-2\pi \Re(\lambda)/\Im(\lambda)$
$\xi$	Dämpfungsmaß	$-\Re(\lambda)/ \lambda $
$\Xi$	beliebige dimensionslose zeitabhängige Größe des Systems	
$\tau_{y\varphi} _0^1$	Summe der Wandschubspannungen an Stator und Rotor in Umfangsrichtung	$2\tilde{\tau}_{y\varphi} _0^{\tilde{h}}/(\tilde{\rho}\tilde{\Omega}^2\tilde{R}^2)$
$\tau_{yz} _0^1$	Summe der Wandschubspannungen an Stator und Rotor in axialer Richtung	$2\tilde{\tau}_{yz} _0^{\tilde{h}}/(\tilde{\rho}\tilde{\Omega}^2\tilde{R}^2)$
$\varphi$	Umfangskoordinate	
$\phi$	Durchflusszahl	$\tilde{C}_z/(\tilde{\Omega}\tilde{R})$
$\chi$	charakteristisches Polynom	
$\psi$	relative Spaltweite	$\tilde{h}/\tilde{R}$
$\omega$	dimensionslose Kreisfrequenz der Präzessionsbewegung	$\tilde{\omega}/\tilde{\Omega}$
$\omega_0$	dimensionslose Eigenfrequenz	$\tilde{\omega}_0/\tilde{\Omega}$

$\omega_D$  dimensionslose Eigenfrequenz des gedämpften Systems  $\tilde{\omega}_D/\tilde{\Omega}$

### Indizes

Symbol	Beschreibung
0, 1	Größe 0. bzw. 1. Ordnung bei Verwendung des Störansatzes
$2 \times 2$	reduzierter Detaillierungsgrad bei Betrachtung der Koeffizientenmatrizen
$4 \times 4$	generalisierte Betrachtung der Koeffizientenmatrizen
I	Teilmatrix der Kräfte auf den Rotor durch die translatorische Bewegung
II	Teilmatrix der Kräfte auf den Rotor durch die rotatorische Bewegung
III	Teilmatrix der Momente auf den Rotor durch die translatorische Bewegung
IV	Teilmatrix der Momente auf den Rotor durch die rotatorische Bewegung
CARNOT	Carnot
D	gedämpft
DYN	dynamisch
EFF	effektiv
KIN	kinetisch
KRIT	kritisch
LIFT	Auftrieb
LOMAKIN	aus dem Lomakin Effekt resultierend
MAX	maximal
RAD	Radialkomponente
RES	resultierend
ROT	Rotor
STAT	Stator bzw. statistisch
SYS	System bzw. systematisch
TAN	Tangentialkomponente
VI	Vertrauensintervall
VIRT	virtuell
$X, Y, z$	kartesische Koordinatenrichtung
$\alpha, \beta$	Drehung um die X- bzw. um die Y-Koordinate
$\varphi, \tilde{r}$	in Umfangs- und Radialrichtung
$\Sigma$	symmetrisch
$\triangleright$	schiefssymmetrisch

**Komplexe Größen und Operatoren****Symbol Beschreibung**

$\mathcal{D}_{ij}$	Fouriertransformierte der Weg- und Winkelanregung
$\mathcal{F}_{ij}$	Fouriertransformierte der Kraft auf den Rotor
$\mathcal{K}_{ij}$	komplexer Steifigkeitskoeffizient
$\mathcal{M}_{ij}$	Fouriertransformierte des Moments auf den Rotor
$\sigma(\square)$	Standardabweichung von $\square$
$\mathfrak{F}(\square)$	Fouriertransformation von $\square$
$\mathcal{O}(\square)$	Größenordnung von $\square$
$\Im(\square)$	Imaginärteil von $\square$
$\Re(\square)$	Realteil von $\square$
$\delta(\square)$	Messunsicherheit von $\square$
$\Delta\square$	Differenz von $\square$

**Abkürzungen**

<b>Abkürzung</b>	<b>Beschreibung</b>
AiF	Arbeitsgemeinschaft industrieller Forschungsvereinigungen „Otto von Guericke“ e.V.
bspw.	beispielsweise
bzw.	beziehungsweise
CAPM	Clearance-Averaged Pressure Model
CFD	Computational Fluid Dynamics
DFT	diskrete Fourier-Transformation
d.h.	das heißt
engl.	auf Englisch
FS	Full Scale
GUM	Guide to the expression of Uncertainty in Measurement
IGF	Industrielle Gemeinschaftsforschung
METAS	Eidgenössische Institut für Metrologie
MID	magnetisch-induktiver Durchflussmesser
MW	Messwert
rel.	relativ
RSM	Reynolds Stress Model
SIMPLE	Semi-implicit Method for Pressure Linked Equations
SIMPLE-C	Semi-implicit Method for Pressure Linked Equations-Consistent
vgl.	vergleiche
VI	Vertrauensintervall
WFR	whirl-frequency ratio