

Berichte aus der Betriebswirtschaft

Thorsten Nieuwenhuizen

Schattenpreise in der linearen Optimierung

Zur ökonomischen Interpretation optimaler Dualvariablen bei der Bewertung von Variationen primaler Ressourcenkapazitäten

Shaker Verlag
Aachen 2003

Die Deutsche Bibliothek - CIP-Einheitsaufnahme

Nieuwenhuizen, Thorsten:

Schattenpreise in der linearen Optimierung : Zur ökonomischen Interpretation optimaler Dualvariablen bei der Bewertung von Variationen primaler Ressourcenkapazitäten / Thorsten Nieuwenhuizen.

Aachen : Shaker, 2003

(Berichte aus der Betriebswirtschaft)

Zugl.: Hamburg, Univ., Diss., 2003

ISBN 3-8322-1451-8

Copyright Shaker Verlag 2003

Alle Rechte, auch das des auszugsweisen Nachdruckes, der auszugsweisen oder vollständigen Wiedergabe, der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen und der Übersetzung, vorbehalten.

Printed in Germany.

ISBN 3-8322-1451-8

ISSN 0945-0696

Shaker Verlag GmbH • Postfach 101818 • 52018 Aachen

Telefon: 02407 / 95 96 - 0 • Telefax: 02407 / 95 96 - 9

Internet: www.shaker.de • eMail: info@shaker.de

Zusammenfassung der Dissertation
„Schattenpreise in der linearen Optimierung“
von Thorsten Nieuwenhuizen

In der linearen Optimierung lassen sich die Auswirkungen abhängiger parametrischer Abweichungen von zuvor deterministisch angenommenen Ausgangsdaten mittels einer Sensitivitätsanalyse erfassen. Für das zugrundeliegende betriebswirtschaftliche Problem verursacht beispielsweise die Reduzierung bzw. Erhöhung einer Ressourcenkapazität als Datum der rechten Seite eine Veränderung des Zielfunktionsoptimums mit einer Rate in Höhe des links- bzw. rechtsseitigen Schattenpreises, welche durch Extrema optimaler Dualvariablen gegeben sind. Der minimale Verkaufspreis für eine Veräußerung bzw. der maximale Einkaufspreis für einen Zukauf der Ressource können sich im Entartungsfall dualer Mehrdeutigkeit unterscheiden. Alle dualen Optima stellen zudem Gleichgewichtspreise dar, zu denen keine einzelne Kapazitätsvariation lohnenswert erscheint.

In der vorliegenden Arbeit wird der praxisrelevante Entartungsfall als Kriterium für die ökonomische Eignung verschiedener Vorgehensweisen zur Sensitivitätsanalyse eingesetzt. Dem im Anschluß an ein Simplexverfahren klassischen Ansatz über optimale Basen wird ein modernerer Ansatz über optimale Partitionen gegenübergestellt. Diese Partitionen als charakteristische Aufteilungen der Indexmengen gemäß der strengen Komplementarität im Optimum korrespondieren zu Innere-Punkte-Verfahren und trennen die Ressourcen mit echten Engpaßkapazitäten von den übrigen. Sowohl die Basen- als auch die Partitionsbetrachtung sind Spezialfälle einer allgemeinen Sichtweise über die optimale Menge des Dualen, welche wiederum zur bekannten parametrischen Sichtweise äquivalent ist.

An Beispielen zur Produktionsprogrammplanung und zum Transportproblem wird illustriert, warum bei Parametern, für die mit der Mehrdeutigkeit im primalen oder dualen Problem der Grad der Entartung wechselt, für eine korrekte Ermittlung des Grenzerfolgs in Form der beiden einseitigen Schattenpreise und eines adäquaten Toleranzbereichs für den Variationsparameter gegenüber dem Eindeutigkeitsfall der Nichtentartung zusätzliche Überlegungen erforderlich sind. Beispielsweise können auch spezifische unzulässige Basen zur Ermittlung des vollständigen Toleranzbereichs benötigt werden. Zur Auflösung dieses Phänomens wird hier die sogenannte „Dualoptimalbasenmenge“ herangezogen. Im Gegensatz dazu bleiben die optimalen Partitionen auf dem Linearitätsintervall der parametrischen Optimalwertfunktion erhalten und liefern somit den vollständigen Toleranzbereich. Allerdings können sich die optimalen Partitionen bei dualer Mehrdeutigkeit ändern, also wenn sich links- und rechtsseitiger Schattenpreis unterscheiden. Zur Toleranzbereichsermittlung dienen in diesem Entartungsfall die benachbarten optimalen Partitionen.

Für das weitverbreitete geschlossene Transportproblem sind aufgrund der Forderung nach Gleichheit von Gesamtangebot und Gesamtnachfrage nur spezielle, dieses Gleichgewicht erhaltende simultane Datenvariationen zugelassen. Die „kumulativen“ Schattenpreise, welche hier aufgrund der strengen Komplementarität jeder Optimallösung anhand der optimalen Partition ermittelt werden, zeigen an, ob ein „More-for-less-Paradoxon“ vorliegt, d.h. ob die Gesamttransportkosten durch eine gezielte Erhöhung spezifischer Angebots- und Nachfragemengen sogar gesenkt werden können. Redundanzen verursachen bei der Anwendung von Lösungs-Software häufig Fehler bei den Postoptimalitätsbetrachtungen. Bei dualer Mehrdeutigkeit liefern Schattenpreise zudem nicht immer angemessene Werte für die Anteile der jeweiligen Ressourcen am Gesamtergebnis. Diese werden vielmehr durch spezielle streng komplementäre Optimallösungen angezeigt, weshalb in der Theorie der Verrechnungspreise in diesem Fall entsprechende „zentrale Preise“ bevorzugt werden. Die Arbeit schließt mit einem Ausblick auf Besonderheiten der Sensitivitätsanalyse in der nichtlinearen Optimierung.