

FHDW-Fachbericht

Band 1/2005

**André Bernemann,  
Werner Oertmann (Hrsg.)  
Carsten Weigand (Hrsg.)**

## **Parametrisierung von Volatilitätsoberflächen**

Shaker Verlag  
Aachen 2005

**Bibliografische Information der Deutschen Bibliothek**

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.ddb.de> abrufbar.

Copyright Shaker Verlag 2005

Alle Rechte, auch das des auszugsweisen Nachdruckes, der auszugsweisen oder vollständigen Wiedergabe, der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen und der Übersetzung, vorbehalten.

Printed in Germany.

ISBN 3-8322-4382-8

ISSN 1861-3292

Shaker Verlag GmbH • Postfach 101818 • 52018 Aachen

Telefon: 02407/95 96 - 0 • Telefax: 02407/95 96 - 9

Internet: [www.shaker.de](http://www.shaker.de) • eMail: [info@shaker.de](mailto:info@shaker.de)

# Vorwort der Herausgeber

Die vorliegende Arbeit ist der Extrakt einer Diplomarbeit, die im Rahmen des Studiums der Wirtschaftsinformatik an der FHDW in Paderborn von den Unterzeichnern betreut wurde.

An den internationalen Finanzmärkten hat der Handel mit Derivaten im vergangenen Jahrzehnt ein ungewöhnliches Ausmaß angenommen. Das Geschäft mit dem „Teufelszeug“ Futures und Optionen ist im Bewusstsein der Marktteilnehmer längst aus der anrühigen Spielerecke herausgekommen.

Vermögende Anleger in aller Welt setzen heute auf strukturierte Produkte wie Zertifikate oder kaufen Anteile an Hedgefonds. Gerade in Deutschland ist nach dem Einbruch der Börsen in den Jahren 2000 bis 2003 das Streben nach Sicherheit gewachsen, das durch Kauf von Zertifikaten, die den Verkauf von gedeckten Optionen implizieren, erhöht wird. Damit wird das Risiko im Vergleich zu einer direkten Anlage etwa in Aktien stark reduziert.

Die vorliegende Arbeit wurde im Auftrag einer Großbank erstellt, die sich mit dem Verkauf solcher Produkte an zahlreiche Kundschaft beschäftigt. Der geneigte Leser bekommt zunächst einen Überblick über die wesentlichen Grundmodelle der Optionen und deren Berechnungsformen, die hier unter den Begriffen Binomialmodell und Black-Scholes-Modell im Wesentlichen charakterisiert werden. Sodann wendet sich der Autor dem am schwierigsten zu fassenden Parameter der gesamten Optionstheorie zu: Der Volatilität.

Die Volatilität ist mathematisch nichts anderes als die Standardabweichung des Basiswertes der zugrunde liegenden Option. Dieser Wert ist für die Zukunft nur aus historischen Werten zu prognostizieren, was nicht der tatsächlichen Marktlage entsprechen muss.

Ganz speziell wird die Situation der Volatilitäten von Optionen untersucht, die weit im Geld bzw. weit aus dem Geld sind. Diese so genannten Volatilitätsoberflächen verhalten sich nicht konform zu den theoretischen Werten, die aus den schon erwähnten theoretischen Modellen errechnet werden.

Dieses als „Smileeffekt“ bezeichnete Verhalten der Variabilität ist wesentlicher Gegenstand der Untersuchung.

Zur Weiterentwicklung dieser Modelle bedient sich der Autor modernster mathematischer Methoden und nutzt bei der Beschreibung seiner Modelle aktuelle Mittel der Programmieretechnik.

Ein Leser, der die notwendige Mathematik zur Beschreibung der Optionspreismodelle nicht scheut, wird dieses Buch mit Gewinn in die Hand nehmen.

Die Herausgeber:

Prof. Dr. Werner Oertmann  
Prof. Dr. Carsten Weigand

# Vorwort der Autoren

Die vorliegende Arbeit über die Parametrisierung von Volatilitätsflächen bildet den erfolgreichen Abschluss meines Studiums der Wirtschaftsinformatik. Die Arbeit entstand in Zusammenarbeit mit der Bali Consulting GmbH in einem Praxisprojekt in einer Großbank in Düsseldorf.

Die Praktika bei der Bank waren für mich die bestmögliche Ergänzung zum Studium an der FHDW Paderborn. Durch die exzellente Kombination von Betriebswirtschaftslehre, Informatik und Mathematik im Derivatehandel, konnte ich den praktisch orientierten Ansatz des dualen Studiengangs optimal „leben“. Der enorme Lerneffekt durch die Anwendung mathematischer Methoden war - und ist - für mich von unschätzbarem Wert.

Zu allererst möchte ich mich nun bei meinen Betreuern Herrn Prof. Dr. Carsten Weigand und Herrn Prof Dr. Werner Oertmann bedanken, die mich während der gesamten Arbeit begleitet und geleitet haben.

Weiterhin möchte ich mich bei allen Mitarbeitern des Financial Engineering Teams bedanken, die mich bei Fragestellungen stets uneingeschränkt unterstützt haben. Besonderer Dank gilt hierbei Herrn Udo Kersting, der die Arbeit überhaupt erst ermöglicht hat, Herrn Andreas Gaida und Herrn Kai-Henry Herfeldt, die mich mit zahlreichen Anregungen und großem Fachwissen während der ganzen Zeit persönlich betreut haben, und Herrn Karsten Kneuevener, der das verwendete Modell der Arbeit zur Verfügung gestellt hat.

Ein ganz besonderer Dank gebührt meinen Eltern und meiner langjährigen Freundin Patricia, die mich in wundervoller Weise während meiner gesamten Ausbildung unterstützt haben.

Nicht zuletzt möchte ich ebenso Dr. Andreas Enders, David Wendt und meiner Schwester Svenja danken, die durch Ihre akribische Fehlersuche dem Fehlerteufel den Garaus gemacht haben.

André Bernemann

# Inhaltsverzeichnis

<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>V</b>
<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>VI</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1 Motivation . . . . .	1
1.2 Skizzierung des Lösungsansatzes . . . . .	2
<b>2 Grundlagen derivativer Finanzprodukte</b>	<b>4</b>
2.1 Der Arbitrage-Begriff . . . . .	5
2.2 Optionspreistheorie . . . . .	6
2.2.1 Definition einer Option . . . . .	6
2.2.2 Grundlegende Merkmale von Aktienoptionen . . . . .	9
2.2.3 Put-Call Parität . . . . .	11
2.2.4 Binomialbaum . . . . .	12
2.2.5 Das Black-Scholes Modell . . . . .	16
<b>3 Die Volatilität</b>	<b>19</b>
3.1 Abgrenzung zu anderen Modellparametern . . . . .	19
3.2 Historische Volatilität . . . . .	19
3.3 Implizite Volatilitäten . . . . .	20
3.3.1 Bisektionsverfahren . . . . .	22
3.3.2 Newton-Raphson Verfahren . . . . .	23
3.4 Der Smile-Effekt . . . . .	23
3.5 Parametrisierung von Volatilitätsflächen . . . . .	26
3.5.1 Interpolation und Extrapolation . . . . .	27
3.5.2 Lineare Interpolation . . . . .	27
3.5.3 Polynom-Interpolation . . . . .	27
3.5.4 Herleitung eines Modells . . . . .	28
<b>4 Konzeption der Applikation</b>	<b>32</b>
4.1 Problemanalyse des Softwaresystems . . . . .	32
4.1.1 Die Systemlandschaft im Derivate-Umfeld . . . . .	33
4.1.2 Bloomberg Richtlinien . . . . .	35
4.1.3 Offenheit und Portabilität des Quellcodes . . . . .	37
4.1.4 Schematischer Aufbau der Gesamtapplikation . . . . .	38

4.2	Pflichtenheft . . . . .	40
4.2.1	Zielbestimmung . . . . .	41
4.2.2	Produktumgebung . . . . .	42
4.2.3	Produktfunktionen . . . . .	42
4.2.4	Produktdaten . . . . .	43
4.2.5	Qualitätszielanforderungen . . . . .	44
4.3	Fachentwurf . . . . .	44
4.3.1	Funktionsbaum der Anwendung . . . . .	45
4.3.2	Datenmodell . . . . .	46
4.3.3	UML Klassendiagramm . . . . .	48
4.4	Entwurf der grafischen Benutzeroberfläche . . . . .	51
4.4.1	Notwendigkeit einer grafischen Benutzeroberfläche . . . . .	52
4.4.2	Anforderungen an die Bedienbarkeit der Software . . . . .	52
4.4.3	Konzeption der grafischen Benutzeroberfläche . . . . .	53
<b>5</b>	<b>Technische Realisierung</b>	<b>55</b>
5.1	Abgrenzung der verwendeten Programmiersprachen . . . . .	55
5.2	Verwendete Programmierstandards . . . . .	57
5.3	Das Bisektionsverfahren in der Praxis . . . . .	58
5.4	Datenverarbeitung mit dem Harvester . . . . .	59
5.5	Die Parametrisierung mit Volex . . . . .	61
<b>6</b>	<b>Softwaretest</b>	<b>63</b>
6.1	Komponententest . . . . .	64
6.2	Integrationstest . . . . .	65
6.3	Performanztest . . . . .	65
6.4	Testframework für die Bewertungs-Engine . . . . .	67
6.5	Testen der grafischen Benutzeroberfläche . . . . .	68
<b>7</b>	<b>Integration in der Systemlandschaft</b>	<b>70</b>
7.1	Distribution der Applikationen . . . . .	70
7.2	Wartung und Pflege des Softwaresystems . . . . .	71
<b>8</b>	<b>Kritische Analyse</b>	<b>73</b>
<b>A</b>	<b>Anhang</b>	<b>75</b>
A.1	Berechnung der historischen Volatilität . . . . .	75
A.2	Vollständiger Funktionsbaum . . . . .	77
A.3	Der Projektplan . . . . .	78
A.4	Black & Scholes Quellcode . . . . .	79
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>80</b>