



# **Analyse der Ratingmigrationen interner Ratingsysteme mit Markov-Ketten, Hidden-Markov-Modellen und Neuronalen Netzen**

## **Dissertation**

zur Erlangung des akademischen Grades

## **Doktoringenieur (Dr.-Ing.)**

angenommen durch die Fakultät für Informatik  
der Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg

von:                   Diplom-Wirtschaftsinformatiker Jan Koserski  
geb. am:             07.02.1978 in Braunschweig

Gutachter:         Prof. Dr. Claus Rautenstrauch  
                      Prof. Dr. Rudolf Kruse  
                      Prof. Dr. Andreas Pfungsten  
                      Dr. Stefan Engel

Ort und Datum des Promotionskolloquiums:

Magdeburg, den 19. September 2006



Magdeburger Schriften zur Wirtschaftsinformatik

**Jan Koserski**

**Analyse der Ratingmigrationen  
interner Ratingsysteme mit Markov-Ketten,  
Hidden-Markov-Modellen und Neuronalen Netzen**

Shaker Verlag  
Aachen 2006

**Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek**

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Zugl.: Magdeburg, Univ., Diss., 2006

Copyright Shaker Verlag 2006

Alle Rechte, auch das des auszugsweisen Nachdruckes, der auszugsweisen oder vollständigen Wiedergabe, der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen und der Übersetzung, vorbehalten.

Printed in Germany.

ISBN-10: 3-8322-5671-7

ISBN-13: 978-3-8322-5671-5

ISSN 1618-2308

Shaker Verlag GmbH • Postfach 101818 • 52018 Aachen

Telefon: 02407 / 95 96 - 0 • Telefax: 02407 / 95 96 - 9

Internet: [www.shaker.de](http://www.shaker.de) • E-Mail: [info@shaker.de](mailto:info@shaker.de)

*Für Helga, Fritz und Sabine*



## Geleitwort

Die Fähigkeit einer Bank, die Veränderungen der Bonität eines Kreditnehmers während der Kreditlaufzeit präzise einschätzen zu können, ist wichtig. Sie berührt zum einen ihr Vermögen, angemessene Kreditkonditionen kalkulieren zu können, d. h. wettbewerbsfähig und profitabel agieren zu können, zum anderen auch ihre Fähigkeit, die eingegangenen Risiken quantifizieren und damit beherrschen zu können. Die vorliegende Arbeit befasst sich mit unterschiedlichen Verfahren zur Modellierung der möglichen Veränderungen von Ratingnoten im Zeitablauf und berührt damit zwei entscheidende Bereiche des Bankgeschäfts gleichzeitig.

Aufbauend auf der Vorstellung des Standardverfahrens für diese Anwendung entwickelt Jan Koserski ein auf Hidden-Markov-Modellen aufbauendes Verfahren. Dieses besticht durch die intuitiv plausible Integration der sich im Zuge des Ratingprozesses ergebenden Schätzfehler in die Modellierung. Das Verfahren stellt eine innovative, sinnvolle und überzeugende Weiterentwicklung bestehender Ansätze dar und beschreibt die tatsächlich empirisch zu beobachtenden Ratingveränderungen besser. Aufbauend auf diesem Modell wird gezeigt, dass mit Hilfe neuronaler Netze die Präzision der Schätzung zukünftiger Bonitätsveränderungen weiter erhöht werden kann. Hierdurch kann die Wettbewerbsfähigkeit einer Bank weiter verbessert werden, wie es ein vorgestellter idealisierter Wettbewerb zeigt.

Jan Koserski stellt in dieser ambitioniert angelegten Arbeit beeindruckend seine Konstruktions- und Erklärungsfähigkeit unter Beweis. Dem Verfasser gelingt es, ausgehend von einer sauberen wissenschaftlichen Einordnung und Darstellung der wesentlichen Grundlagen, einen stetigen Verbesserungsprozess vom Grundmodell über die Zwischenergebnisse bis zum Ergebnis dieser Arbeit zu erarbeiten. Dabei ist dank der sehr guten didaktischen Aufbereitung trotz der Komplexität des Themas und dem hohen Niveau der Arbeit stets Nachvollziehbarkeit gegeben. Mit dieser Arbeit liegt eine gelungene Symbiose aus einer finanzwissenschaftlichen Problemstellung und einem auf Methoden der Informatik basierenden Lösungskonzept vor. Ich wünsche diesem Buch eine positive Aufnahme in der Fachwelt aus Wissenschaft und Praxis und dem Autor weiterhin viel Erfolg für seine zukünftige Tätigkeit.

*Prof. Dr. Claus Rautenstrauch*

Magdeburg, im Oktober 2006



## **Danksagung des Verfassers**

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als externer Doktorand am Institut für Technische und Betriebliche Informationssysteme der Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg im Rahmen einer Kooperation mit der Norddeutschen Landesbank und wurde im September 2006 als Dissertation angenommen. Ich bin meinem Doktorvater Prof. Dr. Claus Rautenstrauch für die Betreuung und ausgezeichnete Unterstützung meiner Promotion sowie seine stets konstruktive Kritik und die mir eingeräumten Freiräume zu großem Dank verpflichtet. Auf Seiten der Norddeutschen Landesbank bin ich insbesondere Thomas Hartmann, Jens Kramer, Claus-Gottfried Riedel und Eberhard Becker dankbar für ihr Engagement, durch das dieses Kooperationsprogramm erst ermöglicht wurde.

Diese Personen haben den Rahmen geschaffen, in dem diese Promotion gestaltet werden konnte. Über sie hinaus haben mich eine Reihe weiterer Personen dabei unterstützt, die Inhalte zu erarbeiten. Mein Dank gebührt David Mewes, Markus Fischer, Roland Jonscher und Dr. Sigurd Prieur der S Rating und Risikosysteme GmbH für die intensiven und erhellenden Diskussionen. Weiterhin möchte ich mich bedanken bei den Kreditinstituten, die mir anonymisierte Jahresabschlussinformationen ihrer Kreditnehmer zur Verfügung gestellt haben und damit die umfangreiche Datenbasis für den empirischen Teil meiner Arbeit ermöglicht haben. Bei der Forschungsgruppe Neuronale Netze der Siemens AG, deren Software SENN ich zur Modellierung der neuronalen Netze angewendet habe, bedanke ich mich herzlich für die Unterstützung. Hier gebührt allen voran Dr. Hans-Georg Zimmermann und Dr. Ralph Grothmann mein Dank für die detaillierte Einführung in ihr Forschungsgebiet. Meinen ehemaligen Kollegen aus der Abteilung Risikocontrolling der Norddeutschen Landesbank bin ich dankbar für die freundliche Aufnahme in ihrer Mitte, sowie insbesondere Dr. Björn Danköehler-Hahlbrock, Dr. Jörg Völker und Ulf Dempewolf für ihre Erläuterungen unterschiedlicher Facetten der Kreditrisiko-Methodik.

Für die Begutachtung der fertig gestellten Arbeit und den damit verbundenen zeitlichen Aufwand bedanke ich mich neben meinem Doktorvater bei Prof. Dr. Rudolph Kruse von der Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, Prof. Dr. Andreas Pfungsten von der Westfälische Wilhelms-Universität Münster sowie bei Dr. Stefan Engel von der Norddeutschen Landesbank.

Ein Promotionsprojekt ähnelt in gewisser Hinsicht einer ökonomischen Transaktion. Man erhält etwas, so zum Beispiel gezielte Wissensvertiefung auf einem für einen selbst interessanten Gebiet sowie bereichernde Einblicke und Erkenntnisse. Im Gegenzug

## VIII

bezahlt man aber auch in bestimmten Währungen. Die wesentlichsten hierbei sind wohl Zeit und Engagement. Verwendet man diese knappen Güter nun auf dieses Projekt so reduziert man sie zwangsläufig an anderer Stelle. An dieser Stelle möchte ich mich aufrichtig bei meinen Freunden bedanken, die mich mit Geduld und Unterstützung die gesamte Zeit hindurch begleitet haben.

Noch größerer Dank gebührt meiner Freundin Sabine. Ihr Verständnis, ihre aufbauende Worte und nicht zuletzt ihre Unterstützung in den besonders intensiven Phasen der Promotion haben wesentlich zum Gelingen beigetragen. Abschließend gebührt mein tief empfundener Dank meiner verstorbenen Mutter Helga und meinem Vater Fritz für ihre Förderung und Unterstützung meines Lebensweges. Den drei letztgenannten Personen ist diese Arbeit gewidmet.

*Jan Koserski*

Kronberg im Taunus, im Oktober 2006

## Zusammenfassung

Banken setzen seit einigen Jahren Ratingverfahren zur Schätzung der gegenwärtigen Bonität von Unternehmen ein und berücksichtigen diese Informationen bei der Kreditkonditions- und Portfoliogestaltung. Für den Regelfall eines mehrjährigen Kredites sind zum Zeitpunkt der Kreditvergabe auch mögliche Änderungen des Ratings innerhalb der Laufzeit abzuschätzen, um die Risiken des Kreditgeschäfts adäquat beurteilen zu können. Aufgrund der einfachen Handhabung hat sich hierzu die Modellierung von Ratingveränderungen als zeitdiskrete Markov-Kette erster Ordnung als Standardverfahren etabliert. Empirische Untersuchungen haben allerdings gezeigt, dass sich die tatsächlich zu beobachtenden Ratingmigrationen nur ungenau mit dieser Modellierung abbilden lassen. Unter anderem hängt die Wahrscheinlichkeit zukünftiger Ratingveränderungen tatsächlich nicht ausschließlich vom gegenwärtigen Rating eines Kreditnehmers sondern auch von den vorhergehenden ab. Dies wird als Pfadabhängigkeit der Ratingmigrationen bezeichnet und kann mit Markov-Ketten erster Ordnung nicht abgebildet werden. Markov-Ketten höherer Ordnung, die auch vergangene Bonitätszustände berücksichtigen könnten, können aufgrund der hohen Anzahl der zu schätzenden Parameter nicht verlässlich parametrisiert werden und sind daher ungeeignet.

In dieser Arbeit werden bislang vornehmlich in der Computerlinguistik und Bioinformatik verwendete Hidden-Markov-Modelle zur Modellierung von Ratingmigrationen eingesetzt. Sie differenzieren hierbei zwischen der tatsächlichen, nicht direkt beobachtbaren Bonität eines Kreditnehmers und der mit Ungenauigkeiten behafteten Schätzung seiner Ausfallwahrscheinlichkeit durch ein Ratingsystem. Das entwickelte Modell beschreibt die tatsächlich zu beobachtenden Ratingmigrationen deutlich präziser als die Markov-Kette erster Ordnung, erklärt das Auftreten von Pfadabhängigkeit, erlaubt die Berücksichtigung vergangener Ratings von Kreditnehmern ohne dass sich hierdurch die Anzahl der Modellparameter erhöht und liefert Hinweise zu den Schätzungenauigkeiten des untersuchten Ratingsystems.

Werden die mit einem Hidden-Markov-Modell gewonnenen Informationen von einer Bank bei der Konditionsgestaltung von Krediten berücksichtigt, so kann dieses Institut Wettbewerbsvorteile gegenüber Konkurrenten mit weniger präzisen Verfahren erzielen und das eigene Kreditportfolio vor adverser Selektion schützen. Aufbauend hierauf werden Neuronale Netze eingesetzt, um die Präzision der Modellierung weiter zu verbessern. Die Neuronalen Netze machen Zusammenhänge zwischen heutigen Jahresabschlussinformationen eines Kreditnehmers und zukünftigen Ratingveränderungen transparent und verstärken den Wettbewerbsvorteil bei der Kalkulation von risikoadäquaten Kreditkonditionen nochmals.



## Inhaltsverzeichnis

Geleitwort .....	V
Danksagung des Verfassers .....	VII
Zusammenfassung .....	IX
Inhaltsverzeichnis .....	XI
Verzeichnis der Abkürzungen und Akronyme .....	XV
Symbolverzeichnis .....	XVII
Abbildungsverzeichnis .....	XXI
Tabellenverzeichnis .....	XXIII
1 Einleitung und Überblick .....	1
1.1 Bedeutung interner Ratingverfahren im Bankgeschäft .....	1
1.2 Modellierung von Ratingveränderungen im Zeitablauf .....	2
1.3 Ziele der Arbeit .....	4
1.4 Aufbau der Arbeit .....	4
2 Modellierung, Quantifizierung und Bepreisung von Kreditrisiken aufbauend auf internen Ratingverfahren .....	9
2.1 Risikokomponenten des Bankgeschäfts und ihre Quantifizierung .....	10
2.2 Ratingverfahren: Eine Typologie .....	13
2.2.1 Segmentierung nach der Art der Modellierung .....	14
2.2.2 Segmentierung nach dem Gegenstand des Ratings .....	16
2.2.3 Segmentierung nach der Art der Indikatoren .....	16
2.2.4 Segmentierung nach dem Adressat des Ratings .....	17
2.2.5 Segmentierung nach der Berücksichtigung der Zyklizität .....	18
2.2.6 Segmentierung nach dem Ergebnis des Ratingverfahrens .....	18
2.2.7 Segmentierung nach dem Prognosehorizont des Ratings .....	19
2.2.8 Segmentierung nach der Schuldnerkategorie .....	19
2.3 Bonitätsbeurteilung mittelständischer Firmenkunden mit Scoringssystemen .....	20
2.3.1 Verfahrensablauf bei internen Scoringssystemen .....	20
2.3.2 Entwicklung und Modellierung des Ratingverfahrens .....	21
2.3.3 Untersuchung der Trennschärfe .....	24
2.4 Quantifizierung und Steuerung von Kreditrisiken .....	26
2.4.1 Separierung von erwartetem und unerwartetem Verlust .....	26
2.4.2 Bestimmung des erwarteten Verlustes .....	27
2.4.3 Schätzung des unerwarteten Verlustes .....	30
2.4.4 Ansätze der quantitativen Kreditportfoliosteuerung .....	33
2.5 Aufsichtsrechtliche Eigenkapitalanforderungen für das Kreditgeschäft von Banken unter Basel II .....	36
2.5.1 Struktur von Basel II .....	37
2.5.2 Aufbau der IRB-Ansätze für Kreditrisiken .....	38

2.5.3	Bestimmung von Risikogewichten mit dem Gordy-Modell .....	40
2.6	Grundlagen der risikoadjustierten Kreditkonditionsgestaltung.....	43
2.6.1	Komponenten der Kreditkalkulation.....	43
2.6.2	Ermittlung von Risiko- und Eigenkapitalkostenprämien.....	45
2.6.3	Risikoadjustierte Kreditbepreisung als Wettbewerbsfaktor.....	48
2.7	Zusammenfassende Bemerkungen.....	50
3	Modellierung von Ratingmigrationen als Markov-Kette .....	51
3.1	Modellierung von Ratingveränderungen als zeitdiskrete Markov-Kette.....	51
3.1.1	Annahmen und Eigenschaften von Markov-Ketten.....	52
3.1.2	Migrationsmatrizen von Ratingnoten.....	54
3.1.3	Modellierung von mehrjährigen Ratingmigrationen unter Verwendung der Markov-Annahme.....	56
3.2	Modellierung von Ratingveränderungen als zeitstetige Markov-Kette.....	58
3.2.1	Grundlagen der zeitstetigen Modellierung .....	59
3.2.2	Schätzung von Generatormatrizen für gegebene Migrationsmatrizen ..	60
3.2.3	Schätzung von Generatormatrizen anhand von Migrationszeitreihen..	63
3.2.4	Diskussion der zeitstetigen Modellierung .....	65
3.3	Analyse von Migrationsmatrizen .....	66
3.3.1	Überprüfung der Rangordnung der Ratingklassen .....	66
3.3.2	Maße zur Bewertung und zum Vergleich von Migrationsmatrizen .....	67
3.4	Zeitliche Homogenität und Inhomogenität von empirisch erhobenen Migrationsmatrizen.....	70
3.4.1	Empirische Befunde .....	70
3.4.2	Berücksichtigung zeitlicher Inhomogenität bei der Erhebung von Migrationsmatrizen.....	71
3.5	Überprüfung der Markov-Annahmen des Migrationsprozesses .....	71
3.5.1	Überprüfung anhand von Matrix-Maßen.....	72
3.5.2	Überprüfung der Pfadunabhängigkeit .....	73
3.5.3	Modellierung der Ratingmigrationen die keiner Markov-Kette erster Ordnung folgen.....	74
3.6	Zusammenfassende Bemerkungen.....	75
4	Modellierung der Ratingmigrationen eines internen Ratingsystems für mittelständische Unternehmen als Markov-Kette.....	77
4.1	Beschreibung des untersuchten Ratingsystems .....	77
4.2	Aufbau der Datenbasis.....	80
4.2.1	Beschränkungen der Datenbasis .....	80
4.2.2	Ermittlung der Finanzkennzahlen und Durchführung des Ratings .....	80
4.2.3	Statistische Merkmale der Datenbasis.....	83
4.3	Erhebung und Untersuchung der einjährigen Migrationsmatrix.....	84
4.4	Ermittlung von marginalen Ausfallwahrscheinlichkeiten.....	86
4.5	Vergleich von zeitdiskreter und zeitstetiger Modellierung.....	87
4.5.1	Ermittlung der Generatormatrix.....	87

4.5.2	Vergleich der kumulierten Ausfallwahrscheinlichkeiten.....	89
4.6	Überprüfung der Markov-Annahmen.....	90
4.6.1	Vergleich der empirisch erhobenen mehrjährigen Migrationsmatrizen mit den durch eine Markov-Kette geschätzten Migrationen.....	91
4.6.2	Test auf Pfadabhängigkeit .....	94
4.7	Diskussion einer Modellierung als Markov-Kette höherer Ordnung .....	97
4.8	Zusammenfassende Beurteilung der Modellierung als Markov-Kette.....	99
5	Modellierung von Ratingmigrationen als Hidden-Markov-Modell .....	101
5.1	Definition und Funktionsweise von Hidden-Markov-Modellen .....	101
5.2	Anwendungen von Hidden-Markov-Modellen im Zusammenhang mit Ratingverfahren.....	102
5.3	Motivation für die Verwendung eines Hidden-Markov-Modells zur Modellierung von Ratingmigrationen .....	103
5.4	Die drei zentralen Problemstellungen für Hidden-Markov-Modelle .....	105
5.4.1	Ermittlung der Beobachtungswahrscheinlichkeiten mit dem Forward-Algorithmus .....	106
5.4.2	Ermittlung des wahrscheinlichsten Pfades verdeckter Systemzustände mit dem Viterbi-Algorithmus .....	107
5.4.3	Schätzung der Modellparameter mit dem Baum-Welch Algorithmus	108
5.5	Schätzung eines Hidden-Markov-Modells für das untersuchte Ratingsystem	110
5.5.1	Definition der Modellstruktur und Initialisierung .....	110
5.5.2	Schätzung der Modellparameter mit dem Baum-Welch Algorithmus	111
5.5.3	Ermittlung der Migrationsmatrizen für die beobachteten Zustände...	114
5.5.4	Schätzung von marginalen Ausfallwahrscheinlichkeiten mit dem Hidden-Markov-Modell.....	116
5.5.5	Migrationsschätzungen unter Berücksichtigung der Ratinghistorie eines Unternehmens.....	118
5.6	Interpretation des Modells .....	121
5.6.1	Erklärung für das Auftreten von Pfadabhängigkeit bei beobachteten Ratingmigrationen .....	122
5.6.2	Analyse von Ratingzeitreihen von Kreditnehmern mit dem Viterbi- Algorithmus.....	123
5.6.3	Reduzierung der Schätzfehler im untersuchten Ratingsystem .....	123
5.7	Zusammenfassung.....	124
6	Risikoadjustierte Kreditbepreisung mit Markov-Ketten, Hidden-Markov- Modellen und Neuronalen Netzen.....	127
6.1	Kalkulation von Bonitätsspreads mit Markov-Ketten und Hidden-Markov- Modellen .....	128
6.1.1	Annahmen zur Kalkulation der Bonitätsspreads .....	128
6.1.2	Ermittlung der idealen Bonitätsspreads als Benchmark für die zu untersuchenden Modelle .....	128
6.1.3	Ermittlung der Bonitätsspreads mit unterschiedlichen Modellen .....	130
6.1.4	Untersuchung der von den Modellen kalkulierten Bonitätsspreads ...	131

6.1.5	Auf dem stetigem Merkmal Ausfallwahrscheinlichkeit basierende Kalkulation von Bonitäts spreads .....	132
6.1.6	Ermittlung von Power-Statistiken für die Modelle .....	134
6.1.7	Zusammenfassende Bewertung der Modelle .....	137
6.2	Kalkulation von Bonitäts spreads mit Neuronalen Netzen .....	137
6.2.1	Aufgabenstellung .....	137
6.2.2	Eigenschaften und Funktionsweise von Neuronalen Netzen .....	138
6.2.3	Eignung neuronaler Netze für diese Aufgabenstellung .....	141
6.2.4	Ermittlung der Eingabevariablen durch Anwendung einer Hauptkomponentenanalyse .....	142
6.2.5	Aufteilung der Datenbasis in Trainings- und Validierungsmengen ...	145
6.2.6	Modellierung und Training der Neuronalen Netze .....	146
6.2.7	Untersuchung der trainierten Neuronalen Netze .....	146
6.2.8	Berechnung und Untersuchung der partiellen Ableitungen .....	147
6.3	Wettbewerbstauglichkeit unterschiedlicher Modelle zur Schätzung von Bonitäts spreads .....	149
6.3.1	Beschreibung des Marktmodells .....	149
6.3.2	Ergebnisse des Marktmodells für die Banken 1 - 3 .....	150
6.3.3	Ergebnisse für Bank 4 .....	153
6.4	Zusammenfassende Bemerkungen zur Kalkulation von Bonitäts spreads .....	155
7	Zusammenfassung und Ausblick .....	157
A	Ein Beispiel für eine Markov-Kette .....	161
B	Ein Beispiel für ein Hidden-Markov-Modell .....	162
	Literaturverzeichnis .....	165