Lehrstuhl für Statik der Technischen Universität München

Effiziente Algorithmen zur partitionierten Lösung stark gekoppelter Probleme der Fluid-Struktur-Wechselwirkung

Thomas Georg Gallinger

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktor-Ingenieurs

genehmigten Dissertation.

Vorsitzender:

Univ.-Prof. Dr. rer. nat. Ernst Rank

Prüfer der Dissertation:

1. Univ.-Prof. Dr.-Ing. Kai-Uwe Bletzinger

- 2. Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Michael Manhart
- Prof. Dr.-Ing. Kurt Maute, University of Colorado, Boulder, Colorado/USA

Die Dissertation wurde am 23.06.2010 bei der Technischen Universität München eingereicht und durch die Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen am 15.11.2010 angenommen.

Schriftenreihe des Lehrstuhls für Statik TU München

Band 16

Thomas Georg Gallinger

Effiziente Algorithmen zur partitionierten Lösung stark gekoppelter Probleme der Fluid-Struktur-Wechselwirkung

> Shaker Verlag Aachen 2011

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.d-nb.de abrufbar.

Zugl.: München, Techn. Univ., Diss., 2010

Copyright Shaker Verlag 2011 Alle Rechte, auch das des auszugsweisen Nachdruckes, der auszugsweisen oder vollständigen Wiedergabe, der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen und der Übersetzung, vorbehalten.

Printed in Germany.

ISBN 978-3-8322-9754-1 ISSN 1860-1022

Shaker Verlag GmbH • Postfach 101818 • 52018 Aachen Telefon: 02407 / 95 96 - 0 • Telefax: 02407 / 95 96 - 9 Internet: www.shaker.de • E-Mail: info@shaker.de

Zusammenfassung

Diese Arbeit beschäftigt sich mit dem Aspekt der Effizienz bei der partitionierten Simulation von Problemen des Typs Fluid-Struktur-Wechselwirkung. Dabei werden eine starke Kopplung, große Verformungen und instationäres Verhalten angenommen. Es werden unterschiedliche Bereiche identifiziert, die auf die Effizienz des Gesamtsimulationskonzeptes Einfluss haben. Diese sind sowohl kopplungsmethodischer als auch programmtechnischer Art.

Die kopplungsmethodischen Aspekte beinhalten die Algorithmen zur Lösung des gekoppelten nichtlinearen Problems. Innerhalb einer impliziten Kopplung sind dies die Feldlöseransätze, die Bestimmung der Initialposition des Interfaces innerhalb eines Zeitschrittes und der Kopplungsalgorithmus. Bei der iterativen Lösung der nichtlinearen Feldgleichungen wird in dieser Arbeit das Konzept des angepassten Feldlösers entwickelt. Angepasste Feldlöser nutzen die Konvergenzeigenschaften des übergeordneten Kopplungsproblems zur Beschleunigung der Feldkonvergenz. Im numerischen Beispiel zeigt sich, dass dieser Ansatz im Vergleich zu einer konventionellen Methode die Gesamtrechenzeit um bis zu 23, 7 % verringert. Die Bestimmung der Initial position des Interfaces in der ersten Kopplungsiteration innerhalb eines Zeitschritts stellt einen weiteren wichtigen kopplungsmethodischen Aspekt dar. Hierbei werden diverse bereits bestehende Methoden hergeleitet, neue Methoden entwickelt und diese miteinander verglichen. Es zeigt sich, dass eine erweiterte Betrachtung der physikalischen Verhältnisse am Interface die prädiktive Qualität deutlich erhöht. Der direkte Vergleich zwischen der besten und der schlechtesten Methode ergibt in der Gesamtrechenzeit einen Unterschied von 59,2 %. Der dritte wichtige Aspekt beinhaltet die Wahl des Kopplungsalgorithmus als Kern einer gekoppelten Berechnung. Hierbei werden die Methoden relaxationsbasierte Fixpunktiteration nach Aitken, Vektorextrapolation, Quasi-Newton-Verfahren und inexakte Newton-Krylov-Verfahren mit einer Krylovraumevaluierung über finite Differenzen oder ein linearisiertes Ersatzproblem im Detail hergeleitet. Im numerischen Beispiel wird eine große Zahl an Einzelberechnungen durchgeführt, um Aussagen über Effizienz und Stabilität zu treffen. Vor allem in Bezug auf Effizienz treten sehr hohe Unterschiede auf. Zwischen dem langsamsten und dem schnellsten Verfahren liegt im Extremfall ein Faktor 11 in der Gesamtrechenzeit. Nach einer getrennten Untersuchung der Einzelaspekte werden diese miteinander kombiniert und so eine möglichst effiziente Methodenkombination festgelegt.

Die programmtechnischen Aspekte beinhalten die Softwareumgebung und das Parallelisierungskonzept. In dieser Arbeit wird eine Softwareumgebung entwickelt, die drei Programme für die Bereiche Struktur, Wechselwirkung und Fluid verwendet. Diese Methode setzt die Idee des partitionierten Ansatzes konsequent um und zeichnet sich durch eine besonders hohe Flexibilität aus, da jedes der Programme nur für einen spezifischen Bereich zuständig ist. Das Parallelisierungskonzept erlaubt die Aufteilung des Kopplungsinterfaces auf eine beliebige Anzahl an Prozessoren und ermöglicht so die massiv parallele Berechnung großer Probleme, ohne eine Beschränkung des Parallelisierungskonzeptes der Teilfeldlöser. Im numerischen Beispiel wird gezeigt, dass dadurch die parallele Skalierung und Effizienz der Teilfeldlöser auch bei einer gekoppelten und partitionierten Berechnung erhalten bleibt.

Abstract

This thesis deals with the aspect of efficiency in the partitioned simulation of fluidstructure interaction problems. Strong coupling, large deformations, and instationary behavior are assumed. Different areas are identified that play a major role in the efficiency of the whole simulation concept. These areas cover coupling as well as programming aspects.

Coupling aspects involve all algorithms used in the solution of the coupled nonlinear problem. Within implicit coupling, this includes the field solver approaches, the determination of the initial interface position within a time step, and the coupling algorithm itself. The so-called adaptive field solver-approach is developed within this thesis based on the iterative solution of the nonlinear field equations. Adaptive field solvers use the convergence properties of the overall coupled problem to speed up the field convergence. The numerical example shows that this approach can reduce the overall computation time by up to 23.7 % compared to conventional methods. Another important coupling aspect is the determination of the initial interface position in the first coupling iteration of a time step. Here, multiple methods are derived, developed and compared. It is seen that an enhanced view of the physical properties of the interface leads to a considerable improvement of the predictor quality. A direct comparison between the best and the worst method gives a difference of 59.2 % in the overall computation time. The third important aspect covers the choice of the coupling algorithm, which is the core of a coupled simulation. A detailed derivation is given for the following approaches: relaxation-based fixed-point iteration with Aitken factor, vector extrapolation, quasi-Newton method, and inexact Newton-Krylov methods with Krylov evaluation by finite differences or a linearized problem. Various computations are carried out to compare these approaches with respect to efficiency and stability. Especially regarding efficiency very high differences occur. Comparing the overall computation time of the slowest and the fastest approach, a maximal difference of a factor of 11 is observed. After a separate analysis of these coupling aspects, different combinations are examined. To conclude, a very efficient method combination is proposed.

Programming aspects involve the computational framework and the parallelization strategy. In this work a computational framework is developed based on three programs for the structure, coupling, and fluid field. This approach is a consistent realization of the partitioned idea. It offers high flexibility, because every program is only responsible for one specific area. The parallelization concept allows the decomposition of the coupled interface onto an unlimited number of processors. This enables the massively parallel computation of large problems without restrictions of the parallelization concept of the single field solvers. The numerical example shows that this approach maintains the parallel scaling and efficiency of the single field solvers used within a coupled and partitioned simulation.

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand in den Jahren 2006 bis 2010 während meiner Zeit als wissenschaftlicher Assistent am Lehrstuhl für Statik der Technischen Universität München. Dabei waren viele Menschen beteiligt, denen ich hier meinen Dank aussprechen möchte.

An erster Stelle möchte ich meinem Doktorvater und Inhaber des Lehrstuhls, Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. Kai-Uwe Bletzinger, danken. Er gab mir großen wissenschaftlichen Freiraum und ermöglichte mir so ein selbstbestimmtes und eigenverantwortliches Arbeiten, ohne welchen diese Arbeit nicht möglich gewesen wäre. Die wissenschaftlichen Diskussionen mit ihm haben diese Arbeit entscheidend geprägt und zum erfolgreichen Abschluss beigetragen.

Des Weiteren möchte ich Herrn Univ.-Prof. Dr. rer. nat. Ernst Rank für die Übernahme des Vorsitzes der Prüfungskommision danken. Bei Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Michael Manhart und Herrn Prof. Dr.-Ing. Kurt Maute möchte ich mich für die Übernahme der weiteren Gutachten und Teilnahme an der Prüfungskommision bedanken. Insbesondere Herrn Maute gebührt Dank, da er die weite Anreise aus Amerika auf sich genommen hat.

Bei meinen Kollegen am Lehrstuhl, ehemaligen und aktuellen, und allen externen Partnern möchte ich mich ganz herzlich für die gemeinsame Zeit und die dabei entstandenen Freundschaften bedanken. Dies wird mir in bester Erinnerung bleiben.

Meiner Familie, meiner Mutter Maria und meinem Vater Georg, möchte ich danken, da sie mich immer unterstützt und an mich geglaubt haben.

Meiner baldigen Frau Regina gebührt der größte Dank. Sie hat mir immer Kraft gegeben und mich stets unterstützt - in guten wie in schlechten Zeiten. Und nicht zuletzt: Sie hat diese Arbeit in Bezug auf Rechtschreibung und Ausdruck korrigiert, was für einen Fachfremden eine nicht ausschließlich angenehme Aufgabe ist. Dafür und für alles andere bedanke ich mich bei ihr.

München im November 2010 Thomas Georg Gallinger

Inhaltsverzeichnis

1.	Einl	eitung	1				
	1.1.	Motivation	1				
	1.2.	Zielsetzung und Überblick	2				
	1.3.	Kapitelübersicht	3				
2.	Stru	lkturfeld	7				
	2.1.	Herleitung der kontinuumsmechanischen Grundgleichungen	8				
		2.1.1. Kinematik	8				
		2.1.2. Impulsbilanz	9				
		2.1.3. Konstitutive Gleichungen	10				
		2.1.4. Schwache Form	11				
	2.2.	Diskretisierung im Raum	12				
	2.3.	Diskretisierung in der Zeit	15				
		2.3.1. Zeitintegrationsverfahren Generalized- α	16				
		2.3.2. Effektive Strukturgleichung	18				
		2.3.3. Parameterwahl	19				
	2.4.	Lösung der effektiven Strukturgleichung	20				
	2.5.	Strukturlösungsalgorithmus für implizite Kopplungsalgorithmen 22					
	2.6.	Zusammenfassung					
3.	Flui	dfeld	27				
	3.1.	Herleitung der kontinuumsmechanischen Grundgleichungen	28				
		3.1.1. Massenerhaltung	28				
		3.1.2. Impulserhaltung	29				
		3.1.3. Konstitutive Gleichungen	29				
		3.1.4. Inkompressible Navier-Stokes-Gleichungen	30				
	3.2.	Diskretisierung im Raum	33				
	3.3.	Diskretisierung in der Zeit	35				
	3.4.	Druckkorrekturverfahren PISO	36				
	3.5.	Raum- und zeitveränderliches Fluidgebiet	40				

	3.6.	Fluidle	ösungsalg	orithmus für implizite Kopplungsalgorithmen	43
	3.7.	Zusam	menfassu	ng	46
4.	Flui	d-Strul	ktur-Wec	hselwirkung im partitionierten Ansatz	47
	4.1.	Definit	tion des g	ekoppelten Problems	49
		4.1.1.	Geometr	ie	49
		4.1.2.	Grundgl	eichungen der Teilfelder	49
		4.1.3.	Kopplun	gsbedingungen	51
		4.1.4.	Formulie	erung in Operatorschreibweise	51
		4.1.5.	Einflussg	größen auf die Nichtlinearität des gekoppelten Problems	52
	4.2.	Grund	form eine	s impliziten Kopplungsalgorithmus	54
	4.3.	Konve	rgenzkrite	erien	58
	4.4.	Interfa	ceprädikt	or	60
		4.4.1.	Polynom	basierte Prädiktoren	60
		4.4.2.	Newmar	kbasierte Prädiktoren	61
		4.4.3.	Adaptive	e Prädiktoren	62
	4.5.	Verfahrensüberblick zu Kopplungsalgorithmen 66			
	4.6.	Fixpunktiteration mit Relaxation			
	4.7.	Vektorextrapolation			
	4.8.	Newton-Verfahren			
	4.8.1. Jakobi-freie Newton-Krylov-Verfahren				
			4.8.1.1.	Krylov-Unterraum-Verfahren GMRES $\ .\ .\ .$.	81
			4.8.1.2.	Einbettung in den Newton-Kopplungsalgorithmus	83
			4.8.1.3.	Wiederverwendung von Krylovrauminformationen	85
			4.8.1.4.	$Krylovraumevaluierung . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ .$	85
			4.8.1.5.	Methoden zur Krylovraumevaluierung $\ . \ . \ . \ .$	90
		4.8.2.	Quasi-N	ewton-Verfahren	96
			4.8.2.1.	Startprozedur	96
			4.8.2.2.	Algorithmusbeschreibung	96
			4.8.2.3.	Vergleich mit Jakobi-freien Newton-Krylov-Verfahren	99
			4.8.2.4.	Vergleich mit weiteren Quasi-Newton-Verfahren $\ . \ .$	99
			4.8.2.5.	Wiederverwendung von Informationen $\ . \ . \ .$.	100
			4.8.2.6.	Verzicht auf den Relaxationsschritt $\ .\ .\ .\ .$.	100
	4.9.	Zusam	menfassu	ng	102

5.	Soft	wareur	ngebung		103
	5.1.	Strukt	urfeldlöse	$r Carat++ \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	 105
		5.1.1.	Verwend	ung geometrisch reduzierter Strukturmodelle	 105
	5.2.	Fluidf	eldlöser O	penFOAM	 108
	5.3.	Koppl	ungssoftw	are CoMA	 109
		5.3.1.	Parallelis	sierungsstrategie	 112
		5.3.2.	Datentra	nsfer zwischen Oberflächennetzen	 115
			5.3.2.1.	Netz- und Datenbeschreibung	 116
			5.3.2.2.	${\rm Datentransfermethoden} . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ .$	 118
		5.3.3.	Simulati	ons steuerung und Kopplungsalgorithmen $\ .\ .$.	 123
6.	Nun	nerisch	e Beispie	le	127
	6.1.	Nume	rischer DF	G-Benchmark	 128
		6.1.1.	Problem	definition	 129
			6.1.1.1.	Geometrie und Physik	 129
			6.1.1.2.	Numerisches Modell	 130
		6.1.2.	Simulati	onsergebnisse	 134
			6.1.2.1.	Fall FSI2	 134
			6.1.2.2.	Fall FSI3	 135
		6.1.3.	Konstan	te versus angepasste Feldlöser	 137
			6.1.3.1.	Fall FSI2	 140
			6.1.3.2.	Fall FSI3	 140
			6.1.3.3.	Schlussfolgerung	 141
		6.1.4.	Einfluss	des Interfaceprädiktors	 141
			6.1.4.1.	Fall FSI2	 142
			6.1.4.2.	Fall FSI3	 144
			6.1.4.3.	Schlussfolgerung	 145
		6.1.5.	Einfluss	des Kopplungsalgorithmus	 145
			6.1.5.1.	Fall FSI2	 147
			6.1.5.2.	Fall FSI3	 150
			6.1.5.3.	Schlussfolgerung	 152
		6.1.6.	Kombina	ation der Methoden	 154
		6.1.7.	Schlussfo	blgerung	 155
	6.2.	Bogen	halle		 157
		6.2.1.	Problem	definition	 158
			6.2.1.1.	Geometrie und Physik \hdots	 159
			6.2.1.2.	Numerisches Modell \hdots	 161

		6.2.2.	Vergleich von Kopplungsmethoden	167
		6.2.3.	Parallele Skalierung	168
		6.2.4.	Simulationsergebnisse	170
		6.2.5.	Schlussfolgerung	176
	6.3.	Zusam	menfassung	177
7.	Zusa	ammen	fassung und Ausblick	179
7.	Zusa 7.1.	ammen Zusam	fassung und Ausblick	179 179
7.	Zusa 7.1. 7.2.	ammen Zusam Ausbli	f assung und Ausblick menfassung	179 179 182
7. A.	Zusa 7.1. 7.2. Anh	ammen Zusam Ausbli ang	Ifassung und Ausblick Imenfassung	179 179 182 185

Abbildungsverzeichnis

4.1.	Geometriedefinition bei oberflächengekoppelten Problemen 49
4.2.	Explizites (links) und implizites (rechts) Kopplungsschema 54
4.3.	Überblick über partitionierte und implizite Kopplungsalgorithmen $\ .$. 65
5.1.	Geometrische Reduktion durch Diskretisierung - Schnitt durch einen
	Zylinder
5.2.	Erzeugung des Oberflächennetzes mittels Projektion 107
5.3.	Softwareumgebung
5.4.	Klassenstruktur des Prozess gruppenkonzepts in CoMA $\ \ldots\ \ldots\ \ldots\ 113$
5.5.	Kommunikatorkonzept in CoMA
5.6.	Netzkonzept in CoMA
5.7.	Projektionsbasierter Transfer von Verschiebungen $\ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ .$
5.8.	Projektions basierter Transfer von Lasten $\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .$ 122
5.9.	Kopplungsarten in CoMA: Einseitige, explizit zweiseitige und implizit
	zweiseitige Kopplung
6.1.	Geometrie und Randbedingungen des Fluidfeldes
6.2.	Geometrie und Randbedingungen des Strukturfeldes
6.2. 6.3.	Geometrie und Randbedingungen des Strukturfeldes
6.2.6.3.6.4.	Geometrie und Randbedingungen des Strukturfeldes
 6.2. 6.3. 6.4. 6.5. 	Geometrie und Randbedingungen des Strukturfeldes
 6.2. 6.3. 6.4. 6.5. 6.6. 	Geometrie und Randbedingungen des Strukturfeldes
 6.2. 6.3. 6.4. 6.5. 6.6. 6.7. 	Geometrie und Randbedingungen des Strukturfeldes
6.2.6.3.6.4.6.5.6.6.6.7.	Geometrie und Randbedingungen des Strukturfeldes
 6.2. 6.3. 6.4. 6.5. 6.6. 6.7. 6.8. 	Geometrie und Randbedingungen des Strukturfeldes
 6.2. 6.3. 6.4. 6.5. 6.6. 6.7. 6.8. 6.9. 	Geometrie und Randbedingungen des Strukturfeldes
 6.2. 6.3. 6.4. 6.5. 6.6. 6.7. 6.8. 6.9. 6.10. 	Geometrie und Randbedingungen des Strukturfeldes
 6.2. 6.3. 6.4. 6.5. 6.6. 6.7. 6.8. 6.9. 6.10. 	Geometrie und Randbedingungen des Strukturfeldes
 6.2. 6.3. 6.4. 6.5. 6.6. 6.7. 6.8. 6.9. 6.10. 6.11. 	Geometrie und Randbedingungen des Strukturfeldes

6.13. Strukturmodell - Formfindungsprozess
6.14. Fluid modell - Simulations gebiet $\hdots \hdots \hdddt \hdots \$
6.15. Fluidmodell - Netzdetail im Bereich der Bogenhalle (Schnitt in der
x-z-Ebene, links) und Oberflächennetz der Bogenhalle (rechts) 165
6.16. Windeinlass - Vergleich von mittleren und generierten Geschwindig-
keiten in drei Höhen
6.17. Geschwindigkeitsverteilung (Schnittnormal zur y-Achse) 171
6.18. Stromlinien (Erzeugende entlang y-Achse)
6.19. Stromlinien (Erzeugende entlang z-Achse)
6.20. Druckverteilung an der Membranoberfläche (links: Innenseite, rechts:
Aussenseite)
6.21. Verformungen der Membranoberfläche bei $t = 0,8 \ s$ (links: x-
Komponente, rechts: z-Komponente)
6.22. Isogeometrische Darstellung der Verformungsamplitude bei $t=0,8\ s$. 174
6.23. Position der Auswertungspunkte auf der Hallenoberfläche \ldots 174
6.24. Zeit-Verschiebungsdiagramm der Punkte A, B und C $\ \ldots \ \ldots \ \ldots \ 175$

Tabellenverzeichnis

2.1.	Parameteranforderungen des Generalized- α Verfahrens 20
2.2.	Parameterkombinationen für verschiedene Spektral radien $\ .\ .\ .\ .\ 20$
5.1.	Verwendung von CoMA
6.1.	Physikalische Parameter der Fälle FSI2 and FSI3
6.2.	FSI2 - eigene Ergebnisse und Referenzwerte
6.3.	FSI3 - eigene Ergebnisse und Referenzwerte
6.4.	Konstante versus angepasste Feldlöser - FSI2
6.5.	Konstante versus angepasste Feldlöser - FSI3
6.6.	Prädiktore influss FSI2 - $\Delta t = 5, 0e^{-04}s$
6.7.	Prädiktore influss FSI2 - $\Delta t = 20, 0e^{-04}s$
6.8.	Prädiktore influss FSI3 - $\Delta t = 2, 5e^{-04}s$
6.9.	Prädiktore influss FSI3 - $\Delta t = 10, 0e^{-04}s$
6.10.	Algorithmus einfluss FSI2 - $\Delta t = 5, 0e^{-04}s$ \hdots .
6.11.	Algorithmus einfluss FSI2 - $\Delta t = 20, 0e^{-04}s$
6.12.	Algorithmus einfluss FSI3 - $\Delta t = 2, 5 e^{-04} s$ \hdots . <
6.13.	Algorithmus einfluss FSI3 - $\Delta t = 10, 0e^{-04}s$
6.14.	Effizienzsteigerung durch Kombination aller Methoden - Vergleich der
	relativen Rechenzeit $\ldots \ldots 155$
6.15.	Physikalische Parameter der Bogenhalle
6.16.	Physikalische Parameter der Windströmung $\ \ldots \ \ldots \ \ldots \ \ldots \ \ldots \ 161$
6.17.	Abmessungen des numerischen Windkanals
6.18.	Vergleich der Effizienz von Standard- und effizienter Kombination $~$. 168
6.19.	Vergleich der parallelen Beschleunigung von Einzelfeld- und gekop-
	pelter Simulation
A.1.	FSI2 - eigene Ergebnisse und Bandbreite der Ergebnisse weiterer
	Gruppen

A.2.	FSI3 - eigene Ergebnisse (Gruppe 7) und Ergebnisse weiterer Gruppen	
	([THR ⁺ 10]) - Teil 1	187
A.3.	FSI3 - eigene Ergebnisse (Gruppe 7) und Ergebnisse weiterer Gruppen	
	$([THR^+10])$ - Teil2	188

Algorithmenverzeichnis

1.	Strukturlösungsalgorithmus für implizite Kopplungsalgorithmen	24
2.	Generalized- α Zeitintegrations algorithmus in der nichtlinearen Struk-	
	turdynamik - Einzelfeldberechnung	25
3.	PISO-Druckkorrekturverfahren	39
4.	Fluidlösungsalgorithmus für implizite Kopplungsalgorithmen $\ .\ .$.	44
5.	Grundform eines impliziten Dirichlet-Neumann Kopplungsalgorithmus	55
6.	Kopplungs algorithmus basierend auf Vektor extrapolation $\ . \ . \ .$.	76
7.	Grundform eines Kopplungsalgorithmus auf Basis eines Newton-	
	Verfahrens	79
8.	Newton-Kopplungsalgorithmus unter Verwendung des GMRES-	
	Verfahrens	86
9.	Fluidlösungsalgorithmus für Newton-Krylov-Kopplungsalgorithmen .	88
10.	Strukturlösungsalgorithmus für Newton-Krylov-Kopplungsalgorithmen	89
11.	Quasi-Newton-Kopplungsalgorithmus	98
12.	Datenzugriff bei partitionsbasierter Netzbeschreibung	117
13.	Ablaufalgorithmus in CoMA bei zweiseitiger impliziter Kopplung ei-	
	ner Fluid-Struktur-Wechselwirkung	126