

**Untersuchung verschiedener Verfahren zur
messtechnischen Bestimmung und
Nachbildung der Akustik insbesondere von
Fahrzeugaudiosystemen**

Dissertation

zur Erlangung des akademischen Grades
Doktor der Ingenieurwissenschaften
(Dr.-Ing.)
der Technischen Fakultät
der Christian-Albrechts-Universität zu Kiel

vorgelegt von

Markus Christoph

Kiel 2013

1. Berichterstatter: Prof. Dr.-Ing. Gerhard Schmidt
2. Berichterstatter: Prof. Dr.-Ing. Henning Puder
Datum der mündlichen Prüfung: 16. September 2013

Kiel, im Mai 2013

Markus Christoph

Arbeiten über digitale Signalverarbeitung und Systemtheorie

Band 1

Markus Christoph

**Untersuchung verschiedener Verfahren zur
messtechnischen Bestimmung und Nachbildung der
Akustik insbesondere von Fahrzeugaudiosystemen**

Shaker Verlag
Aachen 2013

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Zugl.: Kiel, Univ., Diss., 2013

Copyright Shaker Verlag 2013

Alle Rechte, auch das des auszugsweisen Nachdruckes, der auszugsweisen oder vollständigen Wiedergabe, der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen und der Übersetzung, vorbehalten.

Printed in Germany.

ISBN 978-3-8440-2303-9

ISSN 2197-7089

Shaker Verlag GmbH • Postfach 101818 • 52018 Aachen

Telefon: 02407 / 95 96 - 0 • Telefax: 02407 / 95 96 - 9

Internet: www.shaker.de • E-Mail: info@shaker.de

Dipl.-Ing. (FH) Markus Christoph

Eidesstattliche Erklärung:

Hiermit erkläre ich an Eides statt, dass ich die vorgelegte Dissertation mit dem Titel „Untersuchung verschiedener Verfahren zur messtechnischen Bestimmung und Nachbildung der Akustik insbesondere von Fahrzeugaudiosystemen“ selbständig und ohne unerlaubte Hilfe angefertigt habe und dass ich die Arbeit noch keinem anderen Fachbereich bzw. noch keiner anderen Fakultät vorgelegt habe.

Kiel, den 02.05.2013

Unterschrift

Hiermit erkläre ich, dass gegen mich kein strafrechtliches Ermittlungsverfahren schwebt.

Kiel, den 02.05.2013

Unterschrift

Hiermit erkläre ich, dass die Dissertation nach den Regeln guter wissenschaftlicher Praxis (Standard wissenschaftlichen Arbeitens nach den Empfehlungen der DFG) abgefasst wurde.

Kiel, den 02.05.2013

Unterschrift

Abstract

Bei der Verfolgung des ursprünglichen Ziels der Dissertation ein lautsprecherbasiertes System zur akustischen Dokumentation zu finden wurde schnell erkannt, dass bereits einige etablierte Verfahren zur Decodierung, d.h. für die Rekonstruktion von zuvor, meist künstlich codierter Wellenfelder, wie etwa die Wellenfeldsynthese oder das Higher-Order-Ambisonic (HOA)-Verfahren, existieren. Dagegen stellte sich im Laufe der Arbeit heraus, dass im Bereich der Codierung, also der messtechnischen Bestimmung von Wellenfeldern, noch ein höherer Forschungsbedarf existiert. Zudem bestand von Beginn an das Interesse vorrangig Fahrzeugaudiosysteme zu auralisieren. Aus diesen Gründen entwickelte sich die Untersuchung unterschiedlicher Verfahren zur messtechnischen Bestimmung der Akustik, insbesondere für Audiosysteme in Kraftfahrzeugen, zum Schwerpunkt dieser Arbeit.

Nach grundlegender Untersuchung unterschiedlichster Verfahren zur messtechnischen Bestimmung der Akustik, kristallisierte sich die Verwendung zirkularer bzw. sphärischer Mikrophonarrays, wie sie im HOA-Verfahren Verwendung finden, als erfolversprechendste Methode heraus. Unter Verwendung der HOA-Theorie wurden dabei vorrangig sphärische, d.h. kugelförmige Mikrophonarrays zur dreidimensionalen, messtechnischen Bestimmung von Wellenfeldern näher untersucht. Dabei konnten Wege zur Verbesserung bestehender Messsysteme durch Modifikationen in ihrem Design gefunden werden.

Messungen bestätigten dabei die Wirksamkeit der neuen Designs. So konnte etwa die wirksame Bandbreite durch ein neuartiges Kugelmikrophonarray durch eine einfache, rein mechanische Modifikation nahezu verdoppelt werden, ohne dabei die Anzahl der Sensoren zu erhöhen. Aber auch Veränderung im Filterdesign wurden untersucht, was zu einem neuartigen Algorithmus führte, welcher in der Lage ist Filter zu erzeugen, sodass das Mikrophonarray einerseits eine gewisse, minimale *White Noise Gain*-Schwelle nicht unterschreitet und zudem, unabhängig von der betrachteten Frequenz, stets einen gleichen, maximalen Pegel in der Hauptempfangsrichtung aufweist. Schließlich wurden noch weitere Konzepte vorgestellt wie sich die Wirkung der Mikrophonarrays für die Codierung durch einfache, praxistaugliche Modifikationen weiter steigern lässt.

Neben der messtechnischen Bestimmung der Akustik wurden zudem noch Verfahren zur Nachbildung bzw. zur Verbesserung der Akustik untersucht, wobei hierzu die Inverse-Filter-Theorie näher betrachtet wurde. Basierend auf Aufnahmen in einem Fahrzeug wurde dieses Prinzip untersucht. Der Fokus wurde dabei auf den Filterentwurf gelegt, wobei

eines der Ziele war, diese so zu entwerfen, dass sie ein möglichst geringes *pre-ringing* aufweisen. Hintergrund hierbei ist, dass klassische Entwurfsverfahren Filter erzeugen, welche unter einem zum Teil starken Vorläuten leiden, was sich akustisch als störend auswirkt und folglich weitestgehend vermieden werden sollte. Der Tribut, der dabei gezahlt werden musste war, die zeitliche Komprimierung der resultierenden, d.h. mit den inversen Filtern gewichteten Raumimpulsantworten, aufzugeben. Dies stellte sich letztendlich jedoch als wesentlich akzeptabler heraus als das Vorhandensein des zuvor genannten *pre-ringing*.

Danksagung und Widmung

Danksagung

Es mir eine Ehre als erstes meinem Doktorvater Prof. Dr.-Ing. Gerhard Schmidt dank-sagen zu dürfen. Nur durch seinen unermüdlichen Einsatz, ich denke hier nur an die zahlreichen Sitzungen im Promotionsausschuss der Uni Kiel, in denen sich Herr Prof. Dr.-Ing. Gerhard Schmidt für meine Belange eingesetzt hat sowie sein unerschütterliches Vertrauen in meine Person und meine Fähigkeiten, wurde eine Durchführung dieser Arbeit überhaupt erst ermöglicht. Dabei erwies sich Herr Schmidt stets als kompetenter, aufgeschlossener und verständnisvoller Mentor, an dem man sich zu jeder Zeit mit Belangen jeglicher Art wenden konnte. Durch ihn kam ich auch mit anderen Doktoranden wie etwa Herrn Dipl.-Phys. Christian Lüke oder Herrn Dipl.-Ing. Jochen Withopf in Kontakt, die ich trotz der geringen Zeit, die wir gemeinsam an der Uni Kiel verbrachten, kennen und schätzen gelernt habe. Auch Frau Silvia Schuchard wird mir stets als sympathische und hilfsbereite Sekretärin von Herrn Schmidt in guter Erinnerung bleiben, ebenso wie Herr Dipl.-Ing. Torge Rabsch ohne dessen Hilfe, manches Problem mit dem Netzwerk bzw. mit dem Internet nicht zu beheben gewesen wäre.

Dank gilt auch Herrn Prof. Dr.-Ing. Henning Puder, der sich freundlicherweise spontan dazu bereit erklärt hat, die Zweitkorrektur dieser Arbeit zu übernehmen, wie auch Herrn Prof. Dr.-Ing. Ulrich Heute, der speziell für mich eine Leistungsbewertung im Studienfach *Advanced Digital Signal Processing* anfertigte und abnahm.

Auch der Firma Harman/Becker Automotive Systems GmbH in Straubing, in welcher ich während der Erstellung dieser Arbeit unentwegt in der Abteilung *Center of Competence - Amplifier (CoC-Amp)* unter der Leitung von Herrn Dipl.-Ing. (FH), Dipl.-Phys. (Univ.) Gerhard Pfaffinger, genauer gesagt in der Gruppe *Basic Research*, welche von Herrn Dipl.-Ing. (FH) Franz Lorenz geleitet wird, als Ingenieur tätig war, gilt mein Dank. Ohne diesen „festen Anker“, welcher einerseits für eine finanzielle Absicherung, andererseits aber auch für viel Freude und Abwechslung sorgte sowie der Gewissheit, sich in einer fortbildungsfreundlichen, der Forschung wohlgesonnen Umgebung zu wägen, wäre eine erfolgreiche Durchführung dieser Arbeit nicht denkbar gewesen. Hier gilt insbesondere Herrn Gerhard Pfaffinger als Leiter der Abteilung *CoC-Amp* mein besonderer Dank für die von seiner Seite stets vorhandene Bereitschaft, meine Belange auch gegenüber der

Firma Harman/Becker intern zu unterstützen und meist auch durchzusetzen, was sich etwa durch die Übernahme von Reisekosten an die Uni Kiel oder zu diversen Konferenzen äußerte.

Selbstverständlich darf das private Umfeld nicht außer Acht gelassen werden. Hierbei möchte ich meiner Familie, insbesondere jedoch meiner langjährigen Lebensgefährtin Frau Dipl. Kauffrau (Univ.) Carmen Haas sowie ihrer Familie für das Interesse an dieser Arbeit sowie das Verständnis für die vielen Stunden in denen ich mit Abwesenheit glänzte und der aktiven Unterstützung dieser Arbeit durch ein kritisches Korrekturlesen, insbesondere der Kommasetzung, danken. Bedanken möchte ich mich auch bei Herrn BSc, Dip Law (GDL) Andrew Darby für das Korrekturlesen sämtlicher in Englisch verfassten Beiträge, die während der Erstellung dieser Arbeit entstanden. Auch Herrn Dr.-Ing. Richard Huber, den ich schon seit meiner Kindheit als Freund bezeichnen darf, möchte ich für all die guten Ratschläge sowie für die Übernahme der „Erstkorrektur“ und der Beseitigung der ersten, groben Rechtschreibfehler meinen Dank aussprechen - ich weiß, dass dies mit an Sicherheit grenzender Wahrscheinlichkeit, vor allem für einen fachfremden wie ihm, nicht leicht war.

Widmung

Widmen möchte ich diese Arbeit meiner, bereits in der Anfangsphase dieser Arbeit, leider viel zu früh verstorbenen Mutter Frau Marianne Christoph. Ohne ihre Hartnäckigkeit, bei meinen Geschwistern und mir von klein auf stets auf ein gewissenhaftes, schulisches Arbeiten zu achten, ohne dabei unmögliches von uns zu verlangen, wäre mein Leben wohl anders verlaufen und an eine akademische Laufbahn nicht zu denken gewesen. Auch die Art, wie sie persönliche Interessen stets hinter den Interessen ihrer Kinder gestellt hat um uns Dinge, wie etwa mir ein Studium der Elektrotechnik zu ermöglichen, erfüllen mich nach wie vor mit höchstem Respekt und tiefer Schuld. Somit war es für mich ein persönliches Anliegen, meine Mutter, wenn auch posthum, durch diese Arbeit mit Stolz zu erfüllen. Das Zustandekommen dieser Arbeit beweist: Deine Mühen waren nicht vergebens - Danke.

Inhaltsverzeichnis

Abkürzungen und Notation	xii
1 Einleitung	1
1.1 Motivation	1
1.2 Gliederung der Arbeit	2
2 Inverse Filter	5
2.1 Optimale Lautsprecheraufstellung	9
2.2 Modifizierungen beim Entwurf der inversen Filter	10
2.3 Regularisierung	11
2.3.1 Wahl des Regularisierungsparameters β	13
2.4 Berechnung der inversen Filter mit Hilfe der adjungierten Matrix	14
2.5 Beispiel und praktische Modifikationen	17
2.5.1 Ursprüngliche Situation - Situation ohne Filterung	19
2.5.2 Situation bei alleiniger Verwendung der Filter zur Kompensation des Übersprechens	22
2.5.3 Situation bei Verwendung der vollständigen, inversen Filter	22
2.5.4 Praktische Modifikationen beim Entwurf des inversen Filters $G(j\omega)$	27
2.6 Probleme und Ausblick	31
2.7 Zusammenfassung	34
3 Ambisonic 1. Ordnung	37
3.1 Ambisonic Codier/Decodier-Beispiel	41
3.1.1 Decodervariationen	50
3.2 Zusammenfassung	51
4 Ambisonic höherer Ordnung	53
4.1 Zerlegung des Klangfeldes	54

4.2	Codierung und Decodierung	62
4.2.1	Der Codierprozess von ebenen Wellen	62
4.2.2	Der Codierprozess von Kugelwellen	64
4.2.3	Der Decodierprozess	68
4.2.4	Lautsprecheraufstellung und Decodermatrix	70
4.2.5	Verallgemeinerung der Decodervariationen	72
4.2.6	Nahfeldeffekt bei der Decodierung	87
4.3	Zusammenfassung	92
5	HOA-Codierung natürlicher Klangfelder mit Hilfe von Mikrophon-	
	arrays	93
5.1	Allgemeine Fourier-Bessel-Reihe	93
5.2	Mikrophonarrays	95
5.2.1	Kugelförmige Mikrophonarrays	97
5.3	Untersuchung unterschiedlicher sphärischer Mikrophonarrays	100
5.3.1	Offene Kugel mit omnidirektionalen Mikrophonen	101
5.3.2	Offene Kugel mit gerichteten Mikrophonen 1. Ordnung	101
5.3.3	Geschlossene Kugel mit omnidirektionalen Mikrophonen	104
5.3.4	Geschlossene Kugel mit Kardioid-Mikrophonen 1. Ordnung	110
5.3.5	Zusammenfassung	115
5.4	Praktischer Entwurf eines geschlossenen, kugelförmigen Mikrophonarrays zur Messung von HOA-Komponenten	117
5.4.1	Codierung eines natürlichen Klangfeldes	119
5.4.2	Optimale Wahl des Regularisierungsparameters ϵ	123
5.5	Beschreibung des Optimierungsalgorithmus	127
5.5.1	Berechnung des <i>white noise gain</i> ($WNG_{dB}(\omega)$)	127
5.5.2	Berechnung des Array-Gewinns ($G_{dB}(\omega)$)	129
5.5.3	Optimierungsalgorithmus	130
5.5.4	Simulationsergebnisse bei Anwendung unterschiedlicher <i>equalizing-</i> Filter	133
5.6	Praxisrelevante Faktoren die beim Bau eines Kugelmikrophonarrays beach- tet werden sollten	142
5.6.1	Positionierung der Mikrophone auf der Kugeloberfläche	142
5.6.2	Festlegung des Kugelradius	143
5.6.3	Möglichkeiten zur Erhöhung der räumlichen Abtastfrequenz	145

5.6.4	Empfindlichkeit bezüglich der Exemplarstreuungen der Sensoren . .	150
5.7	Zusammenfassung	153
6	Verifikation unterschiedlicher, sphärischer Mikrophonarrays in der Praxis	155
6.1	Vergleich eines geschlossenen, kugelförmigen Mikrophonarrays mit und ohne räumlichen Tiefpassfilter	156
6.1.1	Messergebnisse der geschlossenen, kugelförmigen Mikrophonarrays mit und ohne räumlichen Tiefpassfilter	157
6.2	Untersuchung eines offenen, kugelförmigen Mikrophonarrays geringer Größe	160
6.2.1	Beispielhafter Entwurf eines realisierbaren, robusten, offenen Kugelmikrophonarrays	162
6.3	Zusammenfassung	179
7	Zusammenfassung und Ausblick	181
7.1	Zusammenfassung	181
7.2	Ausblick	187
A	Anhang	195
A.1	Differentielle Mikrophone	195
A.1.1	Berechnung der Verzögerungszeiten T_i	197
A.1.2	Berechnung der Arrayparameter differentieller Mikrophone	198
A.1.3	Modelle nach Gerzon zur Vorhersage der subjektiv empfundenen Horizontallokalisation	201
A.2	Matrizen	206
A.2.1	Berechnung der inversen Matrix mit Hilfe der adjungierten Matrix .	206
A.2.2	Hermitesche Matrix	207
A.3	Besselfunktionen	209
A.3.1	Sphärische Besselfunktionen	211
A.4	Entwurf eines modalen <i>beamformer</i>	215
A.4.1	Praktische Anwendungen modaler <i>beamformer</i>	220
A.4.2	Rotation des modalen <i>beamformer</i>	223
A.5	Reguläre und quasi-reguläre Körper	231
A.5.1	Der Tetraeder	233
A.5.2	Der Hexaeder	237
A.5.3	Der Oktaeder	239

A.5.4	Der Dodekaeder	241
A.5.5	Der Ikosaeder	243
A.5.6	Der Buckyball	245
A.5.7	Der verwendete Ikosaederstumpf	247
Literaturverzeichnis		251

Abkürzungen

A/D	Analog/Digital
AES	Audio Engineering Society
ASINC	Angular SINC-Function
ASW	Apparent Source Width oder Auditory Source Width
BMW	Bayerische Motoren Werke
CSINC	Circular SINC-Function
dB	Dezibel
DI	Directivity Index
2D	Zweidimensional
3D	Dreidimensional
EDPL	Electro Dynamic Planar Loudspeaker
FBR	Front to Back Ratio
FIR	Finite Impulse Response
FFT	Fast Fourier-Transformation
GPU	Graphical Processing Unit
HOA	Higher Order Ambisonic
HRTF	Head Related Transfer Function
IEEE	Institute of Electrical and Electronics Engineers
IFFT	Inverse Fast Fourier-Transformation
IIR	Infinite Impulse Response
ILD	Interaural Level Difference
ITD	Interaural Time Difference
LMS	Least Mean Square
LS	Least Square
MELMS	Multiple Error Least Mean Square
NLMS	Normalized Least Mean Square
OSD	Optimal Source Distribution
PC	Personal Computer
RIR	Room Impulse Response
SI-Funktion	Sinus Cardinalis-Funktion
SNR	Signal to Noise Ratio

SVD	Singular Value Decomposition
TP	Tiefpass
VST	Virtual Studio Technology
WFS	Wave Field Synthesis
WNG	White Noise Gain

Notation

Konventionen und Operatoren

$\mathbf{I}$	Einheitsmatrix
$\mathbf{E}$	Fehlermatrix
$\mathbf{A}_{N \times M}$	Matrix $\mathbf{A}$ mit N Zeilen und M Spalten
$a_{N,M}$	Matrizelement der N . Zeile und M . Spalte
$\mathbf{A}^T$	Transponierte der Matrix $\mathbf{A}$
$\mathbf{A}^*$	Komplex Konjugierte der Matrix $\mathbf{A}$
$\mathbf{x}$	Vektor $\mathbf{x}$
$\bar{x}$	Mittelwert bzw. geglätteter Wert der Größe x
$\mathbf{A}^{-1}$	Inverse der Matrix $\mathbf{A}$
$\ \mathbf{x}\ $	2-Norm des Arguments $\mathbf{x}$
$\ \mathbf{x}\ _p$	p-Norm des Arguments $\mathbf{x}$
$f'(x)$	Ableitung der Funktion $f(x)$
$\frac{\partial f}{\partial x_i}$	Partielle Ableitung der Funktion $f(x_1, \dots, x_n)$, welche von n Variablen $(x_1, \dots, x_n)$ abhängt nach der Variablen x_i . Alternativ kann dies auch mit $\frac{df}{dx_i}$ bezeichnet werden
$\mathbf{A}^+$	Pseudoinverse der Matrix $\mathbf{A}$
$\mathbf{A}^H$	Komplex konjugierte Transponierte der Matrix $\mathbf{A}$ ($\mathbf{A}^H = (\mathbf{A}^*)^T$)
$\text{Rg}(\mathbf{A})$	Rang der Matrix $\mathbf{A}$
$\text{diag}(\mathbf{x})$	Diagonalmatrix, welche eindeutig durch den Vektor $\mathbf{x}$ definiert wird
$\text{roots}(f(x))$	Nullstellen der Funktion $f(x)$
$\det(\mathbf{A})$	Determinante der Matrix $\mathbf{A}$
$\text{adj}(\mathbf{A})$	Adjungierte der Matrix $\mathbf{A}$
$\mathbf{A}_{ij}$	Untermatrix von $\mathbf{A}$, die sich ergibt, wenn aus $\mathbf{A}$ die i . Zeile und j . Spalte entfernt wird
$\det(\mathbf{A}_{ij})$	Minor von $\mathbf{A}$
$\lceil \dots \rceil$	Aufrunden zum nächst größeren Integerwert
$\lfloor \dots \rfloor$	Abrunden auf den nächsten Ganzzahlwert
$\Re\{X(j\omega)\}$	Realteil des Signals $X(j\omega)$
$\Im\{X(j\omega)\}$	Imaginärteil des Signals $X(j\omega)$

Formelzeichen

a	Radius des Kugelmikrophons in [m]
$B_{m,n}^{\sigma}$	Ambisonickomponente m . Ordnung, n . Grades mit hochgestellten Index $\sigma \in [-1, +1]$
B	Vektor, welcher sämtliche $N = (2M + 1)$ (2D), bzw. $N = (M + 1)^2$ (3D), Ambisonicsignale bzw. Ambisonickanäle beinhaltet
c	Schallgeschwindigkeit in $\left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$
C	$N \times L$ <i>Re-Encoding</i> Matrix (Inverse Decodermatrix)
d_{Head}	Kopfdurchmesser in [m]
d_{Mic}	Mikrophonabstand in [m]
D	$N \times L$ Decodermatrix
$d(\Theta_0, \varphi_0, \omega)$	Ausgangssignal des <i>beamformer</i> , welcher in die Richtung (Θ_0, φ_0) zeigt
e	Schallenergievektor
$EQ_m(ka)$	Radiale <i>equalizing</i> -Funktionen mit $0 \leq m \leq M$ zur Messung der Ambisonickomponenten bis zur M . Ordnung
$e_M(kr)$	<i>Truncation error</i> = Fehler, der bei der Berechnung eines Schallfeldes entsteht, welche mit Hilfe der Fourier-Bessel-Reihe durchgeführt wird. Der Index M bezeichnet dabei die maximale Ordnung, ab welcher die Fourier-Bessel-Reihe abgebrochen wird.
f_A	Abtastfrequenz in [Hz]
f	Frequenz in [Hz]
f_c	Eckfrequenz eines parametrischen Filters in [Hz]
f_{c_i}	Grenzfrequenz des i . <i>equalizing</i> -Filters für differentielle Mikrophone in [Hz]
$F_m(kr)$	Nahfeldmodellierungsfunktion
$F_m^{(\frac{r}{c})}(j\omega)$	Nahfeldmodellierungsfunktion, wobei der hochgestellte Index $(\frac{r}{c})$ der Latenzzeit in [s] entspricht, die sich aus der endlichen Schallgeschwindigkeit c in $\left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$ und dem Abstand vom Koordinatenursprung r in [m] ergibt
$g_k(\mathbf{r} \mid \mathbf{r}_{\text{SRC}})$	Greensche Funktion, welche die Übertragung zwischen der Quelle ($\mathbf{r}_{\text{SRC}}$) und dem Beobachtungspunkt ($\mathbf{r}$) beschreibt
G_i	Verstärkungsfaktor des i . Lautsprechers
$G(\omega)$	Array-Gewinn
$H_m^{(1)}(z)$	Hankelfunktion 1. Art, m . Ordnung des Arguments z (Besselfunktion 3. Art, m . Ordnung des Arguments z für austretende (zylindrische) Wellen)
$h_m^{(1)}(z)$	Sphärische Hankelfunktion 1. Art, m . Ordnung des Arguments z (sphärische Besselfunktion 3. Art, m . Ordnung des Arguments z für austretende (zylindrische) Wellen)

$H_m^{(2)}(z)$	Hankelfunktion 2. Art, m . Ordnung des Arguments z (Besselfunktion 3. Art, m . Ordnung des Arguments z für eintretende (zylindrische) Wellen)
$h_m^{(2)}(z)$	Sphärische Hankelfunktion 2. Art, m . Ordnung des Arguments z (sphärische Besselfunktion 3. Art, m . Ordnung des Arguments z für eintretende (zylindrische) Wellen)
$H_q(\Theta_q, \varphi_q, \omega)$	Rauschsignal des q . Mikrophons eines <i>beamformer</i> , verursacht durch dessen Eigenrauschen
j	Imaginäre Einheit von komplexen Zahlen ($j = \sqrt{-1}$)
$J_m(z)$	Besselfunktion 1. Art, m . Ordnung des Arguments z
$j_m(z)$	Sphärische Besselfunktion 1. Art, m . Ordnung des Arguments z
k	Wellenzahl ($k = \frac{2\pi f}{c} = \frac{\omega}{c}$)
$\mathbf{k}$	Wellenvektor
$K(\omega)$	Suszeptibilität
K^{2D}	Anzahl der Ambisonickomponenten $B_{m,n}^\sigma$ für die Rekonstruktion eines zweidimensionalen Wellenfeldes bis zur M . Ordnung wobei gilt: $K^{2D} = (2M + 1)$
K^{3D}	Anzahl der Ambisonickomponenten $B_{m,n}^\sigma$ für die Rekonstruktion eines dreidimensionalen Wellenfeldes bis zur M . Ordnung wobei gilt: $K^{3D} = (M + 1)^2$
L	Anzahl der Lautsprecher
l	Quellenabmessung (Größe der Quelle) in [m]
M	Anzahl der Mikrophone
M	Maximale Ordnung eines HOA-Systems
N	Anzahl der Ambisonicsignale bzw. der Ambisonickanäle
p	Index zur Kennzeichnung der Polyederflächen
$p(\mathbf{r}, t)$	Schalldruck am Ort $\mathbf{r}$ zum Zeitpunkt t
$P_n(z)$	Legendrepolynom n . Ordnung
$P_{m,n}(z)$	Legendrefunktion n . Ordnung, m . Grades
$\tilde{P}_{m,n}(z)$	Schmidt-semi-normalisierte Version der Legendrefunktion
$P_{M+1}^{-1}(0)$	Größte Nullstelle eines Legendrepolynoms M . Ordnung innerhalb eines Wertebereichs von ± 1
$p_a(\Theta_q, \varphi_q)$	Schalldruck auf einer Kugel mit Radius a an der Position (Θ_q, φ_q)
Q	Anzahl der Mikrophone im Array
q	Richtfaktor (<i>directivity factor</i>) $(0, \dots, 2)$
$q_{\mathbf{vOpt}}$	Optimaler Richtfaktor des Schallschnellektors $\mathbf{v}$
$q_{\mathbf{eOpt}}$	Optimaler Richtfaktor des Schallenergievektors $\mathbf{e}$
$r_{\mathbf{v}}(q)$	Länge des Vektors $\mathbf{v}$ in Abhängigkeit des Richtfaktors q
$r_{\mathbf{e}}(q)$	Länge des Vektors $\mathbf{e}$ in Abhängigkeit des Richtfaktors q
$\mathbf{r}$	Ortsvektor zum Beobachtungspunkt

$\mathbf{r}_S$	Ortsvektor zum Lautsprecher S
$\mathbf{r}_{\text{SRC}}$	Ortsvektor zur Schallquelle (S ource = S RC)
r_S	Radius, d.h. Abstand vom Koordinatenursprung zum Lautsprechers S in [m]
r_{SRC}	Radius, d.h. Abstand vom Koordinatenursprung zur Schallquelle in [m]
$\angle(\mathbf{a} - \mathbf{b})$	Winkeldifferenz zwischen den Vektoren $\mathbf{a}$ und $\mathbf{b}$
$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$	Skalarprodukt der Vektoren $\mathbf{a}$ und $\mathbf{b}$ ($\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \mathbf{a} \mathbf{b} \cos(\angle(\mathbf{a}, \mathbf{b}))$)
S_k	Signal der k . virtuellen Quelle
T_i	i . Verzögerungselement in [s]
$T_m(ka)$	Regularisierungsfunktionen mit $0 \leq m \leq M$ zur Beschränkung der M <i>equalizing</i> -Filter $EQ_m(ka)$
T_{60}	Nachhallzeit = Zeit in [s] die vergeht, bis der Schalldruck, ausgehend von seinem Maximum, um 60 [dB] gefallen ist.
$\mathbf{v}$	Schallschnellevektor
V	Volumen in [m ³]
$W_i(\omega)$	i . <i>equalizing</i> -Tiefpassfilter für differentielle Mikrophone
$W_m(ka)$	Radiale Funktionen, mit $0 \leq m \leq M$ zur Messung der Ambisonickomponenten bis zur M . Ordnung
$X(j\omega)$	Fouriertransformierte eines Zeitsignal $x(t)$
y_l	Ansteuersignal des l . Lautsprechers im Zeitbereich
$Y_l(j\omega)$	Ansteuersignal des l . Lautsprechers im Spektralbereich
$\mathbf{Y}$	Vektor, welcher alle L Lautsprecher Ansteuersignale beinhaltet
$Y_{m,n}^\sigma(\Theta, \varphi)$	Winkelfunktion bzw. sphärischen Harmonische m . Ordnung, n . Grades mit hochgestellten Index $\sigma \in [-1, +1]$ zur Unterscheidung des imaginären und reellen Anteils
$Y_{m,n}^\sigma(\Theta, \varphi)^{(2D)}$	Sphärischen Harmonische für den zweidimensionalen (2D) Fall
$Y_{m,n}^\sigma(\Theta, \varphi)^{(3D)}$	Sphärischen Harmonische für den dreidimensionalen (3D) Fall
$Y_m(z)$	Neumannfunktion m . Ordnung des Arguments z (Besselfunktion 2. Art, m . Ordnung des Arguments z)
$y_m(z)$	Sphärische Neumannfunktion m . Ordnung des Arguments z (sphärische Besselfunktion 2. Art, m . Ordnung des Arguments z)
Z	Akustische (Feld/Kenn)Impedanz in $\left[\frac{\text{Ns}}{\text{m}^2}\right]$ ($Z = \rho c$)
α	Richtcharakteristikparameter für den gilt: $0 \leq \alpha \leq 1$
α	Glättungskoeffizient
β	Regularisierungsparameter
γ	Winkeldifferenz zwischen zwei Vektoren
γ_l	Differenz des Winkels zwischen dem Vektor zum Lautsprecher l ($\mathbf{r}_{S_l} = (r_{S_l}, \Theta_{S_l}, \varphi_{S_l})$), mit $l \in [1, \dots, L]$ und dem zur Schallquelle i
γ_{Mic}	Winkeldifferenz zwischen zwei benachbarten Mikrophenen in [rad]

$\delta_{i,j}$	Kronecker-Delta-Funktion
ϵ	Regularisierungsparameter
κ	Skalierungsfaktor $\kappa > 1$ mit dem der Radius der soliden Kugel a gewichtet werden muss, so dass gilt: $r_{\text{Mic}} = \kappa a$
λ	Wellenlänge in [m]
λ_n	n . Eigenwert einer Matrix
ρ	Dichte des Mediums (Luft) in $\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right]$
τ_d	Verzögerungszeit in [s]
Θ	Horizontaler Einfallswinkel gerichteter Schallwellen
$\tilde{\Theta}$	Horizontale Empfangsrichtung von Mikrophonarrays
$\tilde{\Theta}$	Empfundene Horizontallokalisation
Θ_0	Hauptempfangsrichtung in [Grad]
$\Theta_{-\infty}$	Nullstelle der Richtcharakteristik eines Mikrophonarrays in [Grad]
Θ_S	Azimut des Lautsprechers S
Θ_{SRC}	Azimut der Schallquelle (S ource = SRC)
Θ_q	Azimut des q . Mikrophons des Kugelmikrophonarrays
φ	Vertikaler Einfallswinkel gerichteter Schallwellen
$\hat{\varphi}_l$	Vertikaler Aufstellwinkel des l . Lautsprechers
φ_{SRC}	Elevation der Schallquelle (S ource = SRC)
φ_S	Elevation des Lautsprechers S
φ_q	Elevation des q . Mikrophons des Kugelmikrophonarrays
$\Psi(\omega, \Theta)$	Richtdiagramm eines Mikrophonarrays
ω	Kreisfrequenz in $\left[\frac{1}{\text{s}}\right]$ ($\omega = 2\pi f$)
ω_k	Diskrete Kreisfrequenz in $\left[\frac{1}{\text{s}}\right]$ ($\omega_k = \frac{2\pi k}{N} f_A$) an der Frequenzstelle k , bei einer FFT-Länge von N und einer Abtastfrequenz von f_A ([Hz])
Δ	Laplace-Operator
∇	Nabla-Operator
$\mathbb{R}$	Menge der reellen Zahlen
$\mathbb{R}_0^+$	Menge der positiven, reellen Zahlen inklusive der Null
$\mathbb{R}^+$	Menge der positiven, reellen Zahlen ohne Null
$\mathbb{Z}$	Menge der ganzen Zahlen
$\mathbb{C}$	Menge der komplexen Zahlen
$\mathbb{N}$	Menge der natürlichen Zahlen