#### TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN Lehrstuhl für Statik

## Trimming, Mapping, and Optimization in Isogeometric Analysis of Shell Structures

#### **Robert Schmidt**

Vollständiger Abdruck der von der Ingenieurfakultät Bau Geo Umwelt der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines

D 1	1	r		
10	Vtor_	Ina	oni	011100
$D_{0}$	KIUI-	ΠĽΣ	enn	eurs

genehmigten Dissertation.

Vorsitzender:

Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Fabian Duddeck

Prüfer der Dissertation:

- 1. Univ.-Prof. Dr.-Ing. Kai-Uwe Bletzinger
- 2. Univ.-Prof. Dr. rer. nat. Ernst Rank
- Prof. Alessandro Reali, Ph.D., Università degli Studi di Pavia, Italien

Die Dissertation wurde am 23.04.2013 bei der Technischen Universität München eingereicht und durch die Ingenieurfakultät Bau Geo Umwelt am 23.07.2013 angenommen.

Schriftenreihe des Lehrstuhls für Statik TU München

Band 20

**Robert Schmidt** 

# Trimming, Mapping, and Optimization in Isogeometric Analysis of Shell Structures

Shaker Verlag Aachen 2013

#### Bibliographic information published by the Deutsche Nationalbibliothek

The Deutsche Nationalbibliothek lists this publication in the Deutsche Nationalbibliografie; detailed bibliographic data are available in the Internet at http://dnb.d-nb.de.

Zugl.: München, Techn. Univ., Diss., 2013

Copyright Shaker Verlag 2013 All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording or otherwise, without the prior permission of the publishers.

Printed in Germany.

ISBN 978-3-8440-2310-7 ISSN 1860-1022

Shaker Verlag GmbH • P.O. BOX 101818 • D-52018 Aachen Phone: 0049/2407/9596-0 • Telefax: 0049/2407/9596-9 Internet: www.shaker.de • e-mail: info@shaker.de

#### Abstract

The design and the analysis of thin-walled structures rely on the quality of the geometric models. Isogeometric Analysis provides a natural framework in considering both models as one. Consequently, geometrical errors are excluded by construction. In order to extend the applicability of Isogeometric Analysis, a combination of reconstruction and coupling methods is proposed to perform analysis on trimmed NURBS surfaces. This approach comprises trimmed single and multi-patch surfaces. The performance of this new methodology is highlighted in various examples. Moreover, a new concept, denoted as Isogeometric Load Design, is derived. This method enables to define areas of arbitrary shape to be subjected to a given loading. In particular, these loading areas do not have to conform with the underlying parameterization. Thus, a new feature is added to the framework of integrated design and analysis.

Another aspect in the design and analysis of thin-walled structures deals with shape optimization. It can be shown that Isogeometric Analysis and Shape Optimization merge naturally. Moreover, the equality of the involved models provides several advantages compared to the classical approaches. Additionally, it is demonstrated that only the coefficients of a gradient field and not the discrete gradient vectors should be applied to update the design. Otherwise, the influence of the individual design variables and its basis functions is not correctly reflected. In a next step, Isogeometric Shape Optimization is extended from single patch problems to multi-patches. The need for a continuity constraint on the optimization model is delineated and a variational formulation of this constraint is introduced. This formulation provides the possibility to handle design models consisting of conforming and nonconforming multi-patches. At several examples, it is highlighted that this constraint can be used to perpetuate continuity across patch boundaries. Moreover, it is shown that initial non-smoothly joined patches can be transformed during the optimization procedure into a smooth multi-patch shape.

#### Zusammenfassung

Das Design als auch die Analyse von dünnen Strukturen basieren auf geometrischen Modellen und hängen somit von deren Eigenschaften ab. Die Isogeometrische Analyse stellt das Geometrie- und Analysemodell auf eine einheitliche Basis, wodurch von Beginn an geometrische Fehler ausgeschlossen werden können. Um den Einsatzbereich der Isogeometrischen Analyse auf getrimmte NURBS Flächen zu erweitern, wird eine Kombination aus Rekonstruktions- und Kopplungsmethoden vorgeschlagen. Besonderen Wert wird darauf gelegt, dass nicht nur einzelne getrimmte NURBS Flächen, sondern auch Flächen, die aus mehreren getrimmten NURBS bestehen, verwendet werden können. Die besondere Eignung dieses neuen Ansatzes wird an verschiedenen Beispielen herausgestellt. Darüber hinaus wird ein neues Konzept, namens Isogeometric Load Design, zur Aufbringung von Lasten präsentiert. Dieser neue Ansatz ermöglicht es, Lasten jeglicher Form unabhängig von der eigentlichen Parametrisierung einer NURBS Fläche zu definieren und kann dadurch als weiterer Baustein im integrierten Design- und Analyseprozess gesehen werden.

Die Formoptimierung ist ein wichtiges Instrument bei der Formgebung und der Analyse von dünnen Schalenstrukturen. Durch die Anwendung der Isogeometrischen Analyse in der Formoptimierung können Geometrie-, Optimierungs-, und Analysemodell vereinheitlicht werden, wodurch sich Vorteile gegenüber den klassischen Ansätzen ergeben. Im Rahmen dieser Arbeit wird gezeigt, dass bei der Sensitivitätsanalyse der Zielfunktion der Einflussbereich der einzelnen Designvariablen mit in Betracht gezogen werden muss. Um dies zu gewährleisten, wird die Sensitivität einer Designvariablen mit dem Integral der zugehörigen Ansatzfunktion gewichtet. Wie schon bei der Analyse getrimmter NURBS Patches wird darauf geachtet, dass die Methodik nicht auf einzelne NURBS Patches beschränkt bleibt. Um die isogeometrische Formoptimierung auf mehrere NURBS Patches erweitern zu können, muss das Optimierungsmodell mit Kontinuitätsbedingungen am Übergang von einem NURBS Patch zum anderen versehen werden. Zur Umsetzung dieser Zwangsbedingung wird eine variationelle Formulierung angewandt. Dieser Ansatz bietet die Möglichkeit, die Kontinuität des Optimierungsmodells von konformen als auch von nichtkonformen NURBS Patches zu erhalten. Des Weiteren können mit diesem Ansatz vorhandene Knicke am Übergang der NURBS Patches während des Optimierungsvorgangs eliminiert werden.

#### Acknowledgments

This thesis was written during my time as a research scholar at the Chair of Structural Analysis at the Technische Universität München. First of all, I would like to express my deep gratitude to Professor Dr.-Ing. Kai-Uwe Bletzinger, my research supervisor, for the opportunity to join his research group and the possibility to work in the fascinating and fast growing research area of Isogeometric Analysis. I also appreciate the useful critiques of this research work.

Furthermore, I would like to address my thanks to the members of my examining jury, Univ.-Prof. Dr. rer. nat. Ernst Rank and Prof. Alessandro Reali. Their interest in my work is gratefully appreciated. Also, I want to thank Prof. Dr.-Ing. habil. Fabian Duddeck for chairing the jury.

I would also like to thank Dr.-Ing. Roland Wüchner, for his advice, assistance, and support during my PhD as well as during my studies at TUM. I would like to extend my thanks to my colleagues - especially to my roommates - for having a good time at the chair throughout my PhD period. In particular, I want to address many thanks to Dr.-Ing. Josef Kiendl for introducing me into Isogeometric Analysis as well as for the collaboration and support.

The funding for my whole work as research scholar was granted by the International Graduate School of Science and Engineering (IGSSE) and is gratefully acknowledged.

Last but not least, I wish to thank my parents for all their love and support at all times.

Munich, August 2013

Robert Schmidt

### Table of Contents

Ał	ostract		III
Zu	isammen	fassung	IV
1	Introdu           1.1         Mo           1.2         Co           1.3         Ou	<b>ction</b> otivation	1 1 3 3
2	Theoret           2.1         Hi           2.2         2.2           2.2         2.2           2.2         2.2           2.3         NU           2.3         2.3	ical basics of NURBS         storical Background         Splines         .1         Parametric domain         .2         Basis function         .3         Geometry entities         .1         Definition         .2         Continuity	5 7 7 7 8 9 9 11
	2.4 Tri	mmed NURBS	12
3	Basics of 3.1 Str 3.1 3.1 3.1 3.2 Th 3.2 Th 3.2 3.2	of mechanics         uctural Mechanics         .1       Kinematics         .2       Constitutive equation         .3       Boundary Value Problem         e Finite Element Method         .1       Weak Form         .2       Discretization	<ol> <li>17</li> <li>17</li> <li>19</li> <li>19</li> <li>20</li> <li>20</li> <li>21</li> </ol>
4	<b>Isogeon</b> 4.1 At 4.2 Ele 4.3 Re 4.4 Ele 4.4 4.4 4.4	netric Analysis         tributes         ement definition and Integration         finement         ement formulation         .1         Assumptions         .2         Kinematics         .3         FE-equations	25 28 28 30 30 30 30

5	Cou	pling of nonconforming discretizations			33
	5.1	Coupling methods			. 33
		5.1.1 Interpolation Method			. 33
		5.1.2 Discrete Least-Squares Method			
		513 Weighted-Residual Method	•	• •	. 35
	52	Field approximation	•	• •	. 55
	5.2	Manning quantities	•		. 30
	5.5	Fall Chatemanning	•	• •	. 37
		5.3.1 State mapping	•	• •	. 37
		5.3.2 Force mapping	•	• •	. 37
	5.4	Numerical investigations	•	• •	. 38
		5.4.1 State mapping	•		. 40
		5.4.2 Force mapping	•		. 42
	5.5	Concluding remarks	•		. 51
6	Icon	cometric Analysis of trimmed NURBS surfaces			53
0	6.1	Basic ideas of the method			53
	6.2	Algorithmic formulation	•	•••	. 50
	6.2	Argonamic formation	•	• •	. 54
	6.3		•	• •	. 61
	6.4	Finite element equations	•	• •	. 62
	6.5	Boundary conditions	•	• •	. 66
		6.5.1 Neumann	•		. 66
		6.5.2 Dirichlet	•		. 67
	6.6	Conditioning of the system matrix	•		. 68
		6.6.1 Problem description			. 68
		6.6.2 Preconditioning			. 69
		6.6.3 Plate example			. 70
		6.6.4 Concluding remarks			. 71
	6.7	Benchmarking			. 71
		67.1 Cantilever plate			72
		672 Cantilever plate with curved edge			. , _
		673 Trimmed cylinder shell	•	• •	. 72
		674 Doubly-curved surface	•	• •	. 75
		0.7.4 Doubly-curved surface	•	• •	. 75
7	Isog	eometric Analysis of trimmed multi-patches			81
	7.1	$C^0$ -continuity			. 81
	7.2	$G^1$ -continuity			. 84
	7.3	Benchmarking			. 86
		7.3.1 Tension test			. 86
		7.3.2 Cantilever plate			. 88
		7.3.3 Trimmed quarter-cylinders			. 90
		7.3.4 Trimmed Hemisphere			. 90
	-				
8	Isog	eometric Analysis and triangular Bézier shell elements			95
	8.1	Irrangular Bezier functions	•		. 96
	8.2	Element formulation	•	• •	. 98
	8.3	Integration	•		. 99
	8.4	Continuity enforcement	•		. 99
	8.5	Benchmarking			. 100
		8.5.1 Scordelis-Lo roof			. 100
		8.5.2 Pinched Cylinder			. 101

	8.5.3 Pinched Hemisphere	104
	8.5.4 Bending a cantilever plate to a cylinder	104
	8.5.5 Pullout of an open-ended cylindrical shell	105
8.6	Analysis of trimmed NURBS surfaces	108
	8.6.1 Infinite plate with hole	109
	8.6.2 Wide-spanning roof-like structure	109
8.7	Concluding remarks	111
Isog	eometric Shape Optimization	115
9.1	Optimization problem	116
9.2	Isogeometric Optimization concept	117
9.3	Sensitivity Analysis	118
	9.3.1 Discrete semi-analytical Sensitivities	120
	9.3.2 Gradient of the objective function	120
	9.3.3 Study on sensitivity weighting	122
9.4	Study on the directional dependency of optimal solutions	124
	9.4.1 Square plate	124
	9.4.2 Circular disk	125
Icen	comparing Shang Optimization with multi-metalog	
isog	eometric Shape Optimization with multi-patches	131
10.1	Problem statement	<b>131</b> 131
10.1 10.2	Problem statement	<b>131</b> 131 132
10.1 10.2	Problem statement	<b>131</b> 131 132 134
10.1 10.2 10.3	Problem statement	<b>131</b> 131 132 134 135
10.1 10.2 10.3 10.4	Problem statement	<b>131</b> 131 132 134 135 136
10.1 10.2 10.3 10.4 10.5	Problem statement	<b>131</b> 131 132 134 135 136 139
10.1 10.2 10.3 10.4 10.5 10.6	Problem statement	<b>131</b> 131 132 134 135 136 139 142
10.1 10.2 10.3 10.4 10.5 10.6	Problem statement	<b>131</b> 131 132 134 135 136 139 142 145
10.1 10.2 10.3 10.4 10.5 10.6	Problem statement	<b>131</b> 131 132 134 135 136 139 142 145 146
10.1 10.2 10.3 10.4 10.5 10.6	Problem statement	<b>131</b> 131 132 134 135 136 139 142 145 146 148
10.1 10.2 10.3 10.4 10.5 10.6	Problem statement	<ul> <li>131</li> <li>131</li> <li>132</li> <li>134</li> <li>135</li> <li>136</li> <li>139</li> <li>142</li> <li>145</li> <li>146</li> <li>148</li> <li>155</li> </ul>
10.1 10.2 10.3 10.4 10.5 10.6 <b>Con</b> e	Problem statement	<ul> <li>131</li> <li>131</li> <li>132</li> <li>134</li> <li>135</li> <li>136</li> <li>139</li> <li>142</li> <li>145</li> <li>146</li> <li>148</li> <li>155</li> <li>159</li> </ul>
10.1 10.2 10.3 10.4 10.5 10.6 Conception	Problem statement	<ul> <li>131</li> <li>131</li> <li>132</li> <li>134</li> <li>135</li> <li>136</li> <li>139</li> <li>142</li> <li>145</li> <li>146</li> <li>148</li> <li>155</li> <li>159</li> <li>161</li> </ul>
	<ul> <li>8.6</li> <li>8.7</li> <li>Isog</li> <li>9.1</li> <li>9.2</li> <li>9.3</li> <li>9.4</li> </ul>	<ul> <li>8.5.4 Bending a cantilever plate to a cylinder</li></ul>