

Berichte aus der Mathematik

Wolf-Michael Wendler

Theorie der endlichen Körper

und ein Vergleich mit der Charakteristik 0

Shaker Verlag
Aachen 2014

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Kontakt:

Prof. Dr. rer. nat. Wolf-Michael Wendler

Ostfalia Hochschule für angewandte Wissenschaften

Fakultät für Fahrzeugtechnik

Robert-Koch-Platz 8a

38440 Wolfsburg

e-mail: W-M.Wendler@Ostfalia.de

wolfmichael.wendler@t-online.de

Copyright Shaker Verlag 2014

Alle Rechte, auch das des auszugsweisen Nachdruckes, der auszugsweisen oder vollständigen Wiedergabe, der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen und der Übersetzung, vorbehalten.

Printed in Germany.

ISBN 978-3-8440-2763-1

ISSN 0945-0882

Shaker Verlag GmbH • Postfach 101818 • 52018 Aachen

Telefon: 02407 / 95 96 - 0 • Telefax: 02407 / 95 96 - 9

Internet: www.shaker.de • E-Mail: info@shaker.de

Das vorliegende Buch gibt eine systematische Darstellung und Überarbeitung von knapp zwei Dutzend Arbeiten des Autors, welche in den Proceedings der zweijährig abgehaltenen internationalen Workshops über Boole'sche Probleme der Universität Freiberg veröffentlicht wurden. Es besteht aus sieben Kapiteln,

- Algebraische und zahlentheoretische Grundlagen
- Algebraische Analysis
- Lineare Algebra
- Geometrie
- Algebren
- Anwendungen endlicher Körper in der Systemtheorie
- Formulierung physikalischer Theorien über endlichen Körpern.

Das erste Kapitel stellt die benötigten algebraischen und zahlentheoretischen Hilfsmittel für die Folgekapitel zusammen, wobei insbesondere auch komplexe Zahlen über endlichen Körpern definiert werden.

Ein zentraler Inhalt des zweiten Kapitels besteht in der Definition der in unserem Sinne transzendenten Funktionen, deren algebraische und analytische Eigenschaften untersucht werden. In Hinblick auf den aus der Charakteristik 0 benutzten Grenzwertprozess, bei dem Δx gegen Null strebt, bedienen wir uns über endlichen Körpern der Setzung $\Delta x = 0$, was einen zum Differenzial- und Integralkalkül der Charakteristik 0 völlig analogen Kalkül liefert. Ferner werden Grundzüge der Funktionentheorie behandelt.

Im dritten Kapitel sind tradierte Inhalte der linearen Algebra enthalten, nämlich Vektoren, Matrizen, lineare Gleichungssysteme, Eigenwertprobleme, Jordan'sche Normalform und die Matrixexponentialfunktion sowie ihre Umkehrung.

Das vierte Kapitel befasst sich mit Geometrie, d.h. Kegelschnitten, Kugeln und Hyperkugeln beliebiger Dimension, weitgehend im Rahmen der euklidischen Geometrie und einem kleinen Abstecher in die pseudo-euklidische Geometrie. Es enthält ferner einen Abschnitt über symplektische Geometrie am Beispiel von Spinoren sowie einen Abschnitt über Differentialgeometrie.

Klassische Lie-Gruppen und -Algebren, Clifford-Algebren und die Grassmann'sche Algebra bilden die Inhalte des fünften Kapitels.

Die lineare Systemtheorie wird im sechsten Kapitel behandelt. Durch Transformation der Systemmatrix auf ihre Jordan'sche Normalform kann die Lösungsstruktur homogener und autonomer Systeme vollständig geklärt werden.

Schließlich liefert das letzte Kapitel die Formulierung elementarer physikalischer Theorien, nämlich der Mechanik, Elektrodynamik und Quantenmechanik jeweils im klassischen wie im speziell-relativistischen Fall.