

---

Erlanger Berichte aus Informations-  
und Kommunikationstechnik  
Herausgeber: A. Kaup, W. Koch, J. Huber

---

Band 39

**Christoph Rachinger**

**Power Efficient Digital Transmission for  
MIMO Systems using Spherical Codes**

Leistungseffiziente digitale Übertragung für  
Mehrantennensysteme mittels sphärischer Codes

---

Shaker Verlag

# **Power Efficient Digital Transmission for MIMO Systems using Spherical Codes**

**Leistungseffiziente digitale Übertragung  
für Mehrantennensysteme mittels sphärischer Codes**

Der Technischen Fakultät der  
Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg  
zur Erlangung des Doktorgrades

**DR.-ING.**

vorgelegt von

**CHRISTOPH RACHINGER**

aus Nürnberg (Bayern)

Als Dissertation genehmigt von der Technischen Fakultät  
der Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg

Tag der mündlichen Prüfung: 29. Januar 2018

Vorsitzender des Promotionsorgans: *Prof. Dr.-Ing. Reinhard Lerch*

Gutachter:  
*Prof. Dr.-Ing. Johannes B. Huber*  
*Prof. Dr.-Ing. Ralf R. Müller*  
*Prof. Giuseppe Caire, Ph.D.*

Erlanger Berichte aus Informations- und Kommunikationstechnik

Band 39

**Christoph Rachinger**

**Power Efficient Digital Transmission for  
MIMO Systems using Spherical Codes**

Leistungseffiziente digitale Übertragung für  
Mehrantennensysteme mittels sphärischer Codes

D 29 (Diss. Universität Erlangen-Nürnberg)

Shaker Verlag  
Aachen 2018

**Bibliographic information published by the Deutsche Nationalbibliothek**

The Deutsche Nationalbibliothek lists this publication in the Deutsche Nationalbibliografie; detailed bibliographic data are available in the Internet at <http://dnb.d-nb.de>.

Zugl.: Erlangen-Nürnberg, Univ., Diss., 2018

Copyright Shaker Verlag 2018

All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording or otherwise, without the prior permission of the publishers.

Printed in Germany.

ISBN 978-3-8440-5964-9

ISSN 1619-8506

Shaker Verlag GmbH • P.O. BOX 101818 • D-52018 Aachen

Phone: 0049/2407/9596-0 • Telefax: 0049/2407/9596-9

Internet: [www.shaker.de](http://www.shaker.de) • e-mail: [info@shaker.de](mailto:info@shaker.de)

## Danksagung

Diese Arbeit ist während meiner vierjährigen Tätigkeit am Lehrstuhl für Informationsübertragung (später: Lehrstuhl für Digitale Übertragung) entstanden. Deswegen möchte ich zuallererst Prof. Johannes Huber danken, der nicht nur - nicht zuletzt auf Grund seiner auch im Ruhestand noch anhaltenden Leidenschaft für die Lehre - mein Interesse an der Informations- und Codierungstheorie erweckt hat, sondern mir auch die Chance gegeben hat, die Tätigkeit am Lehrstuhl aufzunehmen.

Ihm und Prof. Ralf Müller möchte ich mich sowohl für unzählige spannende, lehrreiche, aber auch einfach nur unterhaltsame Momente bedanken - sei es im Vorlesungssaal der Uni oder auf der Skipiste am Spitzingsee. Zu jeder Zeit konnte ich auf das breite Wissen und die hilfreiche, offene Art beider Professoren zählen.

In den vier Jahren am Lehrstuhl hatte ich außerdem das Glück mit vielen tollen Kollegen zu arbeiten, dank denen mir die Zeit im Büro (oder der Kaffeepause) selten als echte "Arbeit" vorkam und die nie um eine fachliche oder auch persönliche Diskussion verlegen waren. Besonderer Dank geht dabei an die letzten LIT-Überbleibsel Andreas, Florian und Clemens, sowie meinen Zimmerkollegen Bernhard.

Einen großen Anteil an dieser Arbeit haben natürlich auch meine Eltern, die mich bisher bei jeder Entscheidung unterstützt haben, und ohne die ich heute nicht so weit gekommen wäre.

Und als letztes geht mein Dank an Vera: Die letzten vier Jahre zusammen waren wunderschön mit dir, und ich freue mich auf jeden weiteren Tag zusammen.



## Kurzfassung (in German)

In dieser Arbeit werden sog. *sphärische Codes*, d.h. Codes, deren Codewörter auf der Oberfläche einer Hyperkugel im mehrdimensionalen euklidischen Raum verteilt sind, hinsichtlich ihrer Eignung als Modulationsalphabet für die digitale Übertragung über Mehrantennensystemen untersucht. Die Nutzung solcher Modulationsalphabete wird in Anlehnung an die klassische Phasenumtastung (engl. Phase Shift Keying, PSK) als *Phase Shift Keying on the Hypersphere* (PSKH) bezeichnet. PSKH kann in Kombination mit geeigneten Verstärkern in der Endstufe des Senders, sog. lastmodulierenden Verstärkern, die Leistungseffizienz des Übertragungssystems verbessern.

Zunächst werden in dieser Arbeit verschiedene Ansätze untersucht, wie geeignete sphärische Codes mittels analytischer oder numerischer Methoden erzeugt werden können. Bei der Auswahl passender Codes als Modulationsalphabet müssen unter Umständen diverse Kompromisse eingegangen werden: Sphärische Codes mit guten Distanzeigenschaften besitzen häufig keinerlei Struktur, die es ermöglicht, sie effizient im Speicher abzulegen, oder mit deren Hilfe effiziente Detektionsalgorithmen genutzt werden können. Außerdem resultieren gute Distanzeigenschaften wider der intuitiven Erwartung nicht notwendigerweise in hoher Leistungseffizienz bei codierter Übertragung. Aus diesem Grund beinhaltet diese Arbeit neben einer kurzen Betrachtung der theoretischen Grenzen von PSKH eine ausführliche Diskussion über die Vor- und Nachteile verschiedener Ansätze der codierten Modulation unter Betrachtung der zugrunde liegenden sphärischen Codes. Weiterhin stellen wir zwei Algorithmen vor, welche eine Quantisierung beliebiger sphärischer Codes ohne Struktur mit niedriger Komplexität ermöglichen.

Für die effektive Ausnutzung von lastmodulierenden Verstärkern ist es jedoch noch nicht ausreichend, PSKH als Modulationsverfahren zu nutzen. Daher beinhaltet diese Arbeit auch einen Vergleich verschiedener Modifikationen der Signalerzeugung, die, ausgehend von der klassischen Pulsumplitudensmodulation, das Ziel besitzen, das Verhältnis von Summenspitze zu mittlerer Summenleistung (*Peak-to-Average-Sum-Power-Ratio*, PASPR) zu reduzieren. Der PASPR-Wert eines Sendesignals ist die entscheidende Kennzahl, welche angibt, mit welchem Wirkungsgrad ein lastmodulierender Verstärker genutzt werden kann. Das PASPR hat damit einen direkten Einfluss auf die Leistungseffizienz des Gesamtsystems. Die von uns vorgestellten Ansätze unterscheiden sich hinsichtlich Leistungseffizienz, Bandbreiteffizienz und Empfängerkomplexität. Mit Hilfe numerischer Simulationen wird der gegenseitige Austausch dieser drei Faktoren aufgezeigt.

Die letzte in dieser Arbeit vorgestellte Neuheit ist die digitale Übertragung mit Hilfe zeitvarianter PSKH-Konstellationen. Durch die Wahl geeigneter Rotationen eines Aus-

gangssymbolalphabets kann das PASPR deutlich reduziert werden, ohne dass die Pulssamplitudenmodulation verändert werden müsste. Dies erlaubt Datenübertragung ohne Intersymbolinterferenz und ohne Erhöhung der Bandbreite verglichen mit konventionellen Ansätzen. Auch für diese Modulationsart gibt es einen Austausch von Empfängerkomplexität gegen Leistungseffizienz. Dieser Austausch wird in dieser Arbeit näher untersucht, indem verschiedene Empfangsalgorithmen vorgestellt und hinsichtlich Leistungseffizienz und Komplexität verglichen werden. Dies geschieht sowohl für den uncodierten als auch für den codierten Fall.

# Abstract

In this thesis, we investigate whether so-called *spherical codes*, i.e., codes with code words that are distributed over the surface of a multidimensional hypersphere in a Euclidean space, are suited as modulation alphabets for digital transmission over multiple-antenna systems. Using spherical codes as a modulation alphabet is called *Phase Shift Keying on the Hypersphere* (PSKH), because it can be understood as a generalization of conventional Phase Shift Keying (PSK). If PSKH is used in combination with suitable amplifiers in the output stage of a transmitter, so-called load modulated amplifiers, the power efficiency of a digital transmission system can be improved.

In the first part of this work, we examine various approaches to generate spherical codes with the help of analytical and numerical construction methods. If one chooses to use spherical codes as modulation alphabet, it might be necessary to compromise on certain design targets: Spherical codes with good distance properties might not be structured in a way that they can be efficiently stored in memory or that they can be used in combination with known low-complexity detection algorithms. Additionally, good distance properties of spherical codes might not necessarily result in high power efficiency when used for coded transmission. Therefore, this work does not only include a short description of the theoretical limits of PSKH, but an elaborate discussion about the advantages and disadvantages of different approaches to coded modulation for spherical codes. Additionally, we introduce two algorithms for low-complexity quantization of spherical codes that lack any structure.

In order to fully exploit load modulated transmitters, it is not sufficient to use PSKH as a modulation alphabet. Therefore, the second part of this work contains a comparison of modifications to conventional pulse amplitude modulation which allow to reduce the ratio of the peak sum power of the output signal to its mean sum power (*Peak-to-Average-Sum-Power-Ratio*, PASPR). The PASPR of the transmit signal determines with which efficiency the load modulated amplifier can be used. It has thus a direct influence on the power efficiency of the total transmission system. The methods proposed in this thesis differ in power efficiency, spectral efficiency and receiver complexity. Numerical simulations are used to illustrate the trade-off between these three factors.

The last part of this work introduces a novel modulation scheme which uses time-variant PSKH constellations. By using suitable rotations of a base constellation, the PASPR of the output signal can be significantly reduced without having to modify the pulse shaping procedure at the transmitter. This allows for digital transmission of data without intersymbol interference and without any increase of the required bandwidth compared

to other approaches. Again, there is a trade-off between receiver complexity and power efficiency for this new modulation scheme. This trade-off is investigated in detail by comparing various receiver algorithms with respect to the resulting power efficiency and complexity. This is done both for the uncoded as well as for the coded case.

# Contents

<b>Kurzfassung (in German)</b>	i
<b>Abstract</b>	iii
<b>1 Introduction and Motivation</b>	1
<b>2 Fundamentals of MIMO Systems</b>	5
2.1 Motivation for MIMO . . . . .	5
2.2 Channel Model and Notation . . . . .	6
2.3 Load Modulated MIMO . . . . .	10
2.4 Symbol Detection for MIMO Systems . . . . .	12
2.4.1 SVD-based Channel Decomposition . . . . .	12
2.4.2 Linear Detection . . . . .	12
2.4.3 Maximum Likelihood Detection . . . . .	13
2.4.4 Sphere Decoding . . . . .	15
<b>3 Constellations on the Hypersphere</b>	17
3.1 $n$ -dimensional Spheres . . . . .	17
3.1.1 General Properties and Notation . . . . .	18
3.1.2 Spherical Coordinates . . . . .	19
3.1.3 Spherical Interpolation . . . . .	19
3.2 Sphere Partitioning . . . . .	20
3.2.1 Per Antenna-PSK . . . . .	21
3.2.2 Equal Area Sphere Partitioning . . . . .	21
3.2.3 Spherical k-means Clustering . . . . .	23
3.2.4 Potential Minimization . . . . .	25
3.2.5 Comparison . . . . .	27
3.3 Bit Mapping . . . . .	28
<b>4 Low Complexity Quantization of Arbitrary Spherical Codes</b>	29
4.1 Quantized Sphere Decoder . . . . .	32
4.2 Clustering Decoder . . . . .	36
4.3 Comparison and Results . . . . .	38
<b>5 Phase Shift Keying on the Hypersphere (PSKH)</b>	43
5.1 Continuous Constellations on the Hypersphere . . . . .	44
5.2 Mutual Information of Discrete PSKH . . . . .	47

5.2.1	AWGN Channel . . . . .	48
5.2.2	Rayleigh Channel . . . . .	49
5.3	Uncoded Transmission . . . . .	50
5.3.1	AWGN Channel . . . . .	51
5.3.2	Rayleigh Channel . . . . .	51
5.4	Conclusion and Summary . . . . .	52
<b>6</b>	<b>Coded Modulation for PSKH</b>	<b>53</b>
6.1	Bit-Interleaved Coded Modulation for PSKH . . . . .	53
6.1.1	BICM Bit Mappings for BICM . . . . .	53
6.1.2	Performance Analysis of BICM for PSKH . . . . .	54
6.1.3	Optimizing PSKH Constellations for BICM . . . . .	60
6.1.4	Capacity and Power Efficiency of BICM-optimized Constellations . . . . .	64
6.1.5	BICM with Iterative Decoding . . . . .	66
6.2	Natural Coded Modulation using Non-Binary Codes . . . . .	66
6.3	Multilevel Coding for PSKH . . . . .	70
6.3.1	Bit Mappings for MLC . . . . .	71
6.3.2	Bit Mapping Capacities for MLC . . . . .	77
6.3.3	Finite-Length Aspects of Mapping and Constellation on MLC . . . . .	78
6.3.4	Numerical Results . . . . .	82
6.3.5	MLC with Iterative Detection . . . . .	85
6.4	Summary . . . . .	86
<b>7</b>	<b>Pulse Shaping for PASPR Reduction of PSKH</b>	<b>89</b>
7.1	Conventional Pulse Amplitude Modulation . . . . .	90
7.1.1	RRC-Shaping . . . . .	90
7.1.2	sinc <sup>2</sup> -Shaping . . . . .	90
7.2	$T_s/2$ -filtered Pulse Shaping . . . . .	92
7.2.1	Upper Error Bound for $T_s/2$ -Pulse Shaping . . . . .	92
7.2.2	Interpretation of the Diversity Gain of $T_s/2$ -Pulse Shaping . . . . .	94
7.3	Spherical Interpolation Pulse Shaping . . . . .	96
7.3.1	Transmission Model . . . . .	96
7.3.2	Further Complexity Reduction . . . . .	100
7.4	Comparison of PASPR and Occupied Spectrum . . . . .	102
7.5	Spectral Efficiencies . . . . .	104
7.6	Conclusion . . . . .	105
<b>8</b>	<b><math>\frac{\pi}{2}</math>-shifted Phase Shift Keying on the Hypersphere</b>	<b>107</b>
8.1	$\frac{\pi}{2}$ -PSKH Signals . . . . .	108
8.1.1	Signal Generation . . . . .	108
8.1.2	PASPR Evaluation . . . . .	113
8.2	Theoretical Analysis of the PASPR of Adjacent Symbols . . . . .	114
8.3	Mutual Information of $\frac{\pi}{2}$ -PSKH . . . . .	118
8.4	Symbol Detection . . . . .	121
8.4.1	Single Symbol Detector . . . . .	122
8.4.2	Sphere Detection . . . . .	122
8.4.3	Single Alternative Detector . . . . .	123
8.4.4	Complexity Reduction . . . . .	124

---

8.5	Results . . . . .	125
8.5.1	Power Efficiency and Complexity . . . . .	125
8.5.2	Influence of the Dummy Symbol . . . . .	127
8.5.3	Spectral Efficiency . . . . .	129
<b>9</b>	<b>Coded Transmission for <math>\frac{\pi}{2}</math>-PSKH</b>	<b>131</b>
9.1	Sequence Estimation of Coded $\frac{\pi}{2}$ -PSKH . . . . .	131
9.1.1	LLR Calculation and Detection Algorithm . . . . .	131
9.1.2	Coded $\frac{\pi}{2}$ -PSKH without Dummy Symbols . . . . .	133
9.1.3	Coded $\frac{\pi}{2}$ -PSKH with Dummy Symbols . . . . .	136
9.2	Symbolwise Multilevel Coding for $\frac{\pi}{2}$ -PSKH . . . . .	143
9.2.1	LLR Calculation . . . . .	144
9.2.2	An Unoptimized Approach . . . . .	145
9.2.3	Optimizing the Coding Rates . . . . .	145
9.2.4	Complexity of MLC- $\frac{\pi}{2}$ -PSKH . . . . .	148
9.2.5	MLC- $\frac{\pi}{2}$ -PSKH with BICM-ID . . . . .	149
9.3	Conclusion . . . . .	149
<b>10</b>	<b>Summary, Conclusion and Outlook</b>	<b>151</b>
<b>A</b>	<b>Supporting Material</b>	<b>153</b>
A.1	Real-valued MIMO Channel Model . . . . .	153
A.2	Exemplary Illustrations of PSKH Bit Mappings . . . . .	155
A.3	Bounds on the PAPR for sinc and sinc <sup>2</sup> . . . . .	157
A.4	Calculation of the Pairwise Error Probability . . . . .	160
A.5	Simulated Annealing . . . . .	161
A.6	Codes Used in this Thesis . . . . .	163
A.6.1	Turbo Codes . . . . .	163
A.6.2	Turbo Codes for Multilevel Coding . . . . .	163
A.6.3	Non-Binary LDPC Codes . . . . .	164
<b>B</b>	<b>Abbreviations and Glossaries</b>	<b>165</b>
B.1	Acronyms . . . . .	165
B.2	Variables, Vectors, Matrices and Sets . . . . .	167
B.3	Operators, Functions and Mappings . . . . .	169
<b>Publications of the Author</b>		<b>169</b>
<b>Bibliography</b>		<b>172</b>