



Technische  
Universität  
Braunschweig



INSTITUT  
FÜR AKUSTIK

# Effiziente Unsicherheitsquantifizierung in der Akustik mittels eines Multi- Modell-Verfahrens

Tobias Paul Ring

**Schriften des Instituts für Akustik**

Band 1, 2020

Herausgeber: Prof. Dr.-Ing. Sabine C. Langer

Schriften des Instituts für Akustik

Band 1, 2020

**Tobias Paul Ring**

**Effiziente Unsicherheitsquantifizierung in der Akustik  
mittels eines Multi-Modell-Verfahrens**

Shaker Verlag  
Düren 2020

**Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek**

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Zugl.: Braunschweig, Techn. Univ., Diss., 2019

Copyright Shaker Verlag 2020

Alle Rechte, auch das des auszugsweisen Nachdruckes, der auszugsweisen oder vollständigen Wiedergabe, der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen und der Übersetzung, vorbehalten.

Printed in Germany.

ISBN 978-3-8440-7193-1

ISSN 2699-5336

Shaker Verlag GmbH • Am Langen Graben 15a • 52353 Düren

Telefon: 02421 / 99 0 11 - 0 • Telefax: 02421 / 99 0 11 - 9

Internet: [www.shaker.de](http://www.shaker.de) • E-Mail: [info@shaker.de](mailto:info@shaker.de)

# Effiziente Unsicherheitsquantifizierung in der Akustik mittels eines Multi-Modell-Verfahrens

Von der Fakultät für Maschinenbau  
der Technischen Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig

zur Erlangung der Würde

eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)

genehmigte Dissertation

von: Tobias Paul Ring  
geboren in: Göttingen

eingereicht am: 20.06.2019  
mündliche Prüfung am: 19.09.2019

Vorsitz: Prof. Dr.-Ing. Jens Friedrichs  
Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Sabine C. Langer  
Jun.-Prof. Dr.-Ing. Ulrich Römer



*Alle Wissenschaft geht ursprünglich aus dem Bedürfnis des Lebens hervor.*

Ernst Mach; Die Mechanik.



# Danksagung

Die vorliegende Dissertation ist im Rahmen meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter in den Jahren 2014 bis 2019, in der Arbeitsgruppe Vibroakustik am Institut für Konstruktionstechnik (2014 bis 2018) und dem Institut für Akustik (seit 2019) der TU Braunschweig entstanden. Ich möchte an dieser Stelle allen Menschen meinen Dank aussprechen, die mich während dieser Zeit beruflich und privat begleitet haben.

Mein ganz besonderer Dank gebührt Frau Prof. Dr.-Ing. Sabine C. Langer, die mir die Möglichkeit der Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter und durch die Betreuung meines Promotionsvorhabens die Chance zur Anfertigung dieser Dissertation eröffnet hat. Die vielen Stunden wissenschaftlicher Diskussion, das ehrliche Feedback zu allen Ebenen meines Tuns und manchmal auch einfach die Worte der Motivation haben zentral zum Finden meines Weges und zum Gelingen meiner wissenschaftlichen Arbeit beigetragen. Darüber hinaus habe ich in den vergangenen Jahren eine Persönlichkeitsentwicklung erleben dürfen, die ohne Sabine Langer in der Form nicht möglich gewesen wäre.

Weiterhin möchte ich Herrn Jun.-Prof. Dr.-Ing. Ulrich Römer für die Übernahme des Ko-Referats und die große Hilfe während der Erstellung dieser Arbeit danken. Die wertvollen Diskussionen, sein hilfreiches Feedback und seine Hilfsbereitschaft bei der Fertigstellung des Manuskripts haben mir außerordentlich geholfen. Weiterhin danke ich Ihm für die Korrektur einiger mathematischer Unzulänglichkeiten. Durch seinen Einfluss hat die Arbeit wesentlich gewonnen. Außerdem danke ich Herrn Prof. Dr.-Ing. Jens Friedrichs für die Übernahme des Vorsitzes der Prüfungskommission.

Allen Kolleginnen und Kollegen des Instituts für Akustik möchte ich hiermit ebenfalls meinen Dank aussprechen. Das freundschaftliche und fachlich intensive Verhältnis haben wesentlich zu dieser Arbeit beigetragen. Dies gilt vor allem für die große Hilfe bei jeglichen Fragen zur richtigen Benutzung der FEM-Software und die vielen Stunden der Diskussion am Whiteboard.

Mein ganzer Weg bis zu diesem Zeitpunkt wäre nicht ohne zwei Personen im meinem Leben möglich gewesen: Ursula und Hans-Joachim Ring. Meinen Eltern und Ihrer unermüdlichen Förderung verdanke ich meinen Spaß und mein Interesse an Wissenschaft und Technik und damit nicht zuletzt meine Berufswahl. Viel mehr aber danke ich Ihnen, dass ich mir immer Ihrer vollen Unterstützung und Ihres Vertrauens sicher sein durfte. Meine Eltern haben mir die Möglichkeit eröffnet, jederzeit hinter jede Tür zu schauen. Ohne Sie wäre diese Arbeit nicht entstanden. Weiterhin

---

danke ich meinem Bruder Michael, der mich immer mit Rat und Tat unterstützt und damit ebenfalls zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen hat.

Ich möchte auch allen meinen Freundinnen und Freunden danken, von denen jede/r auf ihre/seine Weise zum Gelingen der Arbeit beigetragen hat. Vor allem danke ich allen Menschen, die in der finalen Phase des Schreibens das Korrekturlesen übernommen und wertvolle Hinweise und Korrekturvorschläge gegeben haben.

Abschließend möchte ich meiner Partnerin Manuela und meinem Sohn Erik Paul danken. Während der Zeit der Anfertigung dieser Arbeit gab es einige Hochs und Tiefs. Ohne Euch wäre ich nicht durch alle diese Zeiten gegangen. Ich danke vor allem Dir, Manuela, für deine Unterstützung, dein Da-Sein und dass du mich immer wieder motiviert hast. Aber auch für das Korrekturlesen und deine Verbesserungsvorschläge möchte ich Dir danken. Erik, Dir danke ich für dein motivierendes Lachen und deinen inspirierenden Forscherdrang.

Braunschweig, im Januar 2020

# Kurzfassung

Die Arbeit im Bereich der Akustik ist, wie in vielen anderen Fachdisziplinen, vom Einsatz numerischer Berechnungsmethoden geprägt. Das wahrscheinlich am weitesten verbreitete Verfahren zur Lösung partieller Differentialgleichungen ist die Finite-Elemente-Methode (FEM). Die FEM gehört zur Klasse der Diskretisierungsverfahren. Trotz stetig steigender Leistung der verwendeten Computer sind numerische Berechnungen mit Diskretisierungsverfahren weiterhin speicher- und zeitintensiv. Daher haben sich Modellreduktionsverfahren zur Beschleunigung der Berechnung etabliert. Der Einsatz in der Akustik stellt dabei besondere Herausforderungen, die durch existierende Verfahren nur unzureichend adressiert werden. Vor allem für Berechnungen großer Strukturen im hohen Frequenzbereich erzielen die etablierten Verfahren eine geringe Reduktion des Berechnungsaufwands.

Der für Berechnungen erforderliche Modellierungsprozess ist nicht eindeutig, für eine Fragestellung sind häufig mehrere Modelle verwendbar. Die Modelle unterscheiden sich hinsichtlich ihrer Ergebnisqualität und des zur Lösung erforderlichen Berechnungsaufwands. Häufig korrelieren diese Größen. Für Berechnungen mit der FEM im Frequenzbereich hängt die Einsetzbarkeit der zur Verfügung stehenden Modelle häufig von der Frequenz ab. Bei vielen verfügbaren Modellen kann somit für einzelne Frequenzbereiche jeweils das Modell verwendet werden, das bei geringstem Berechnungsaufwand eine ausreichende Ergebnisqualität bietet. Dies ist die Idee der vorliegenden Arbeit.

Die vorliegende Arbeit entwickelt ein Multi-Modell-Verfahren speziell für Anwendungen in der Akustik. Das Verfahren ermöglicht den Einsatz vereinfachter Modelle gemeinsam mit einem zu lösenden Referenzmodell zur Lösung einer gegebenen Berechnungsaufgabe. Das Referenzmodell ist dasjenige Modell, von dem im gesamten Frequenzbereich eine ausreichende Ergebnisqualität erwartet wird. Die zur Verfügung stehenden vereinfachten Modelle werden gegen das Referenzmodell validiert. Ein Kernaspekt des entwickelten Verfahrens ist die Entwicklung des dazu verwendeten Validierungsprozesses. Für den Fall einer erfolgreichen Validierung wird das Referenzmodell durch das vereinfachte Modell ersetzt. Eine Budgetplanung quantifiziert die Kosten zur Lösung der Modelle und setzt diese so ein, dass eine Rechenzeiterparnis erreicht wird.

Das entwickelte Verfahren wird für verschiedene Klassen vereinfachter Modelle verifiziert. Dazu werden vereinfachte Modelle auf verschiedenen Abstraktionsebenen des Modellierungsprozesses aus dem Referenzmodell abgeleitet. Dies sind das Realitätsmodell, das mathematische und das numerische Modell. Für vereinfachte Modelle,

---

die durch Variation des numerischen Modells erzeugt werden, erzielt das Verfahren gute Ergebnisse. Es wird eine Rechenzeiterparnis bei einem akzeptablen Fehler der approximierten Systemantwort erreicht. Weiterhin kann gezeigt werden, dass die erzielbare Rechenzeiterparnis mit dem resultierenden Fehler korreliert. Das Verfahren ermöglicht somit die Abwägung zwischen einer genauen, langsamen Lösung und einer schnellen Näherungslösung.

Nach der Verifikation wird das auf entwickelte Multi-Modell-Verfahren stochastische Untersuchungen mit der Monte Carlo-Methode und der globalen Sensitivitätsanalyse angewendet. Für diese Vielfachauswertungs-Anwendungen wird eine zusätzliche Rechenzeiterparnis erzielt, da die erforderlichen Validierungsprozesse ab der zweiten Berechnung entfallen können. Auch für diese Anwendungsfälle werden die zu berechnenden Größen, die statistischen Eigenschaften der Ausgangsgröße, mit einem geringen Fehler ermittelt. Insgesamt steht mit dem entwickelten Multi-Modell-Verfahren ein Ansatz zur Verfügung, mit dem die numerische Berechnung mit der FEM beschleunigt werden kann. Aufgrund der Berücksichtigung der Anforderungen numerischer Berechnungen von Wellenausbreitung mit Diskretisierungsverfahren ist es besonders für den Einsatz in der Akustik geeignet.

# Abstract

The work of engineers and scientists in acoustics, as in several other disciplines, frequently relies on numerical computations. One of the most frequently applied techniques is the finite-element-method (FEM). The FEM is based on a discretized domain and computes an approximate solution to the partial differential equations over small elements. The performance of computers has increased over the past and still increases. Nonetheless, discretization method-based numerical computations are still challenging due to computational time and memory limitations. In order to handle these challenges, model reduction techniques have evolved in parallel with numerical computing methods. Nevertheless, the application of discretization methods in acoustics has specific requirements that are insufficiently met by existing techniques. Especially the handling of large-scale structures with high modal densities is cumbersome and the reduction in computational effort with existing model reduction techniques is rather low.

During a numerical computation, a model is developed. The required model generation process can not be generalized, hence, many different models can be suitable for a given task. The possible models oftentimes differ in the quality of the computed results and the computing time required for the model evaluation. Thereby, large model evaluation times typically correspond with a high result quality. For the case of FEM computations in the frequency domain, different models can be applied to different frequency bands. Thus, if different models are available for one task, every model can be applied to that frequency domain in which it is capable of computing a sufficient result with the highest efficiency. This is the approach of the following work.

The following work presents a Multi-Model procedure specifically designed for applications in acoustics. The procedure aims to solve a computation task using models of different complexity together. Thereby, the solution of a reference model is approximated. The reference model is capable of computing the result with the required accuracy in the entire frequency domain. The procedure applies the models of reduced complexity in that frequency bands where they are proven to be applicable. The procedure consists of a validation process that is capable of assessing the reduced models with low computational effort and a budget planning procedure to allow computation time savings.

The developed procedure is verified for different test cases, each case focuses on one stage in the model generation process. The reduced models are derived from the reference model on these stages, i.e. the reality model, the mathematical and

---

the numerical model. In this thesis, it is demonstrated that the procedure performs best using reduced models that are derived by varying the discretization, i.e. the numerical model. Furthermore, it can be shown that the quality of the approximation of the solution is coupled to the computational effort. Thus, the procedure allows the trade-off between a coarse but fast solution, or an accurate solution with low time savings.

The procedure then is applied to stochastic evaluations with the Monte Carlo method and the variance-based global sensitivity analysis. It can be shown that for these applications even higher time savings are possible, as the required validation processes of the reduced models are necessary only during the first computation. Analogously to the verification examples, the quantities of interest, i.e. the statistical moments and the sensitivity coefficients, are estimated with low errors using the developed procedure. With the presented Multi-Model procedure, an approach to reduce the computational costs of FEM-computations in the frequency domain is available. The procedure accounts for the special requirements of computations with discretization methods of wave-based problems and thus is especially suitable for applications in acoustics.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1. Der Modellbegriff . . . . .	2
1.2. Numerische Berechnungsverfahren in der Akustik . . . . .	8
1.3. Motivation und Ziel der Arbeit . . . . .	11
1.4. Aufbau der Arbeit . . . . .	16
1.5. Beitrag der Dissertation zum Stand der Forschung . . . . .	17
<b>2. Stand der Technik</b>	<b>19</b>
2.1. Die Finite-Elemente-Methode . . . . .	19
2.1.1. Grundlagen der Finite-Elemente Methode . . . . .	20
2.1.2. Randbedingungen einer FEM-Berechnung . . . . .	24
2.1.3. Transformation in den Frequenzbereich . . . . .	24
2.1.4. Anwendungsgebiete der FEM in der Akustik . . . . .	25
2.2. Beschleunigung von FEM-Berechnungen . . . . .	33
2.2.1. Algorithmen zur Lösung des FEM-Gleichungssystems . . . . .	34
2.2.2. Parallelisierung der Berechnung . . . . .	35
2.2.3. Verfahren der Modellreduktion . . . . .	35
2.2.4. Adaptive Anpassung der Diskretisierung . . . . .	37
2.2.5. Multi-Level- und Multi-Fidelity-Verfahren . . . . .	39
2.3. Stochastische Berechnungsverfahren . . . . .	41
2.3.1. Verfahren der Unsicherheitsquantifizierung . . . . .	42
2.3.2. Verfahren der Sensitivitätsanalyse . . . . .	45
<b>3. Entwicklung des Multi-Modell-Verfahrens</b>	<b>51</b>
3.1. Die Idee des Verfahrens . . . . .	51
3.2. Anforderungen an das Verfahren . . . . .	54
3.3. Anforderungen an die Modelle . . . . .	56
3.4. Stetigkeit des berechneten Frequenzgangs . . . . .	57
3.5. Die Konstruktion der Modell-Management-Strategie . . . . .	57
3.5.1. Das Konzept der Frequenzgruppen . . . . .	58
3.5.2. Die Validierung an den Testpunkten . . . . .	60
3.5.3. Modell-Management-Strategie und Budgetplanung . . . . .	65
3.5.4. Verfahren zur Verkürzung des Validierungsprozesses . . . . .	75
3.5.5. Algorithmische Umsetzung der Modell-Management-Strategie . . . . .	79
3.6. Nutzung des Multi-Modell-Verfahrens zur Unsicherheitsquantifizierung . . . . .	83

<b>4. Verifikation des Multi-Modell-Verfahrens für einzelne Berechnungen</b>	<b>85</b>
4.1. Variation des numerischen Modells . . . . .	88
4.1.1. Variation der Diskretisierung . . . . .	89
4.1.2. Nutzung analytischer Lösungen . . . . .	99
4.2. Variation des mathematischen Modells . . . . .	104
4.2.1. Variation der Elementformulierung . . . . .	104
4.2.2. Variation des Materialmodells . . . . .	111
4.3. Variation des Realitätsmodells . . . . .	118
4.4. Untersuchungen zu den Eigenschaften des Verfahrens . . . . .	124
4.4.1. Einfluss der Anzahl vereinfachter Modelle . . . . .	126
4.4.2. Einfluss der wahrscheinlichkeitsbasierten Abbruchentscheidung	128
4.4.3. Einfluss des gewählten Validierungskriteriums . . . . .	130
4.4.4. Einfluss des zulässigen Fehlers an den Testpunkten . . . . .	134
4.5. Fazit der Verifikationsuntersuchungen . . . . .	135
<b>5. Anwendung des Multi-Modell-Verfahrens zur Unsicherheitsquantifizierung</b>	<b>141</b>
5.1. Modellbeschreibung . . . . .	142
5.1.1. Geometriemodell und verwendete Diskretisierung . . . . .	143
5.1.2. Modellparameter . . . . .	144
5.2. Unsicherheitsquantifizierung mit der Monte Carlo-Methode . . . . .	147
5.3. Varianzbasierte globale Sensitivitätsanalyse . . . . .	150
5.4. Fazit der Anwendung zur Unsicherheitsquantifizierung . . . . .	155
<b>6. Zusammenfassung</b>	<b>159</b>
<b>7. Ausblick</b>	<b>165</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>169</b>
<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>179</b>
<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>181</b>
<b>A. Inverse Materialparameterbestimmung poröser Materialien</b>	<b>183</b>
A.1. Messungen im Impedanz- und Transmissionsrohr . . . . .	183
A.2. Bestimmung der Materialparameter für das äquivalente Fluid . . . . .	184
A.3. Bestimmung der Materialparameter des Biot-Modells . . . . .	185
<b>B. Erweiterung der elPaSo-Eingabedatei</b>	<b>189</b>
B.1. Beispiel der Erweiterung . . . . .	189
B.2. Parameter zur Einstellung des Multi-Modell-Verfahrens . . . . .	190
B.3. Attribut-Werte der XML-Struktur . . . . .	191
<b>C. Verifikationsrechnungen ohne Parallelisierung</b>	<b>193</b>
<b>D. Sensitivitätskoeffizienten erster Ordnung</b>	<b>201</b>