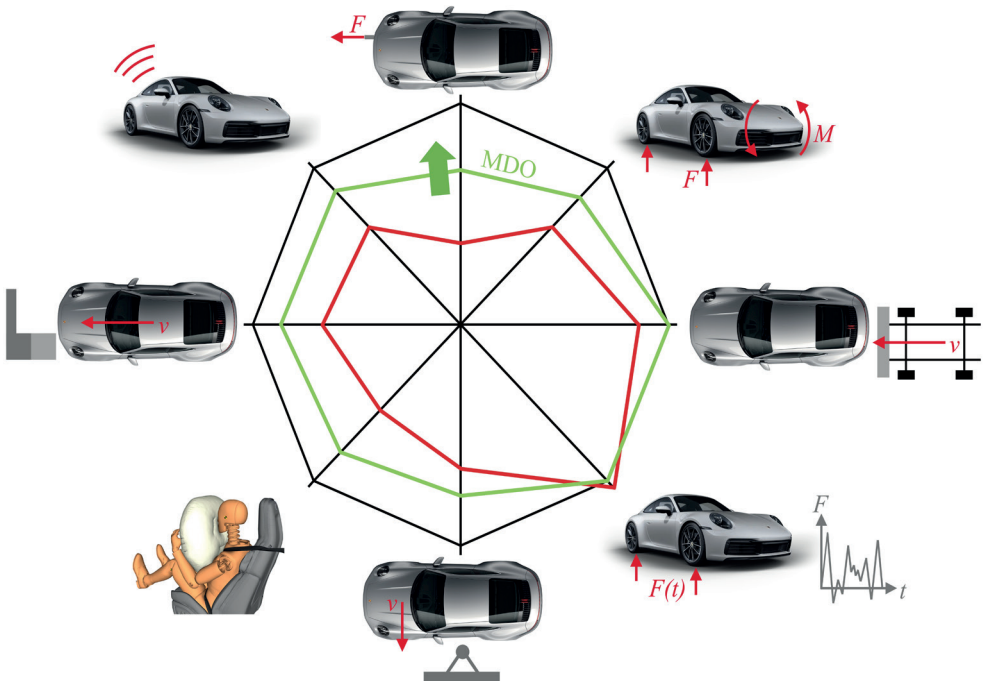


Effiziente Lösungsansätze zur Reduktion des numerischen Ressourcenbedarfs für den operativen Einsatz der Multidisziplinären Optimierung von Fahrzeugstrukturen

Bergische Universität Wuppertal
Lehrstuhl für Optimierung mechanischer Strukturen

Jana Büttner



Effiziente Lösungsansätze zur Reduktion des numerischen Ressourcenbedarfs für den operativen Einsatz der Multidisziplinären Optimierung von Fahrzeugstrukturen

**Dissertation
zur Erlangung eines Doktorgrades**

in der
Fakultät für Maschinenbau und Sicherheitstechnik
der
Bergischen Universität Wuppertal



vorgelegt von
Jana Büttner
aus Buchholz i. d. Nordheide

Wuppertal 2022

Tag der mündlichen Prüfung: 31.01.2022

Berichte aus dem Maschinenbau

Jana Büttner

**Effiziente Lösungsansätze zur Reduktion des
numerischen Ressourcenbedarfs für den operativen
Einsatz der Multidisziplinären Optimierung von
Fahrzeugstrukturen**

Shaker Verlag
Düren 2022

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Zugl.: Wuppertal, Univ., Diss., 2022

Copyright Shaker Verlag 2022

Alle Rechte, auch das des auszugsweisen Nachdruckes, der auszugsweisen oder vollständigen Wiedergabe, der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen und der Übersetzung, vorbehalten.

Printed in Germany.

ISBN 978-3-8440-8560-0

ISSN 0945-0874

Shaker Verlag GmbH • Am Langen Graben 15a • 52353 Düren

Telefon: 02421 / 99 0 11 - 0 • Telefax: 02421 / 99 0 11 - 9

Internet: www.shaker.de • E-Mail: info@shaker.de

Jana Büttner

Effiziente Lösungsansätze zur Reduktion des numerischen Ressourcenbedarfs für den operativen Einsatz der Multidisziplinären Optimierung von Fahrzeugstrukturen

Dissertation, Bergische Universität Wuppertal,
Fakultät für Maschinenbau und Sicherheitstechnik,
Lehrstuhl für Optimierung mechanischer Strukturen, Oktober 2021

Kurzfassung

Im Fahrzeugentwicklungsprozess arbeitet eine Vielzahl von CAE-Fachbereichen teilweise parallel, aber auch sequentiell an der strukturellen Auslegung eines Fahrzeugs. Dabei können sie nicht uneingeschränkt losgelöst voneinander Entwurfsentscheidungen treffen, da diese nicht nur Auswirkung auf die Anforderungen ihrer eigenen zu verantwortenden Disziplin (z.B. Crash, Steifigkeit und Betriebsfestigkeit) haben können. Ein Werkzeug, diese Komplexität und interdisziplinäre Interaktion zu erfassen und gezielt und automatisiert (algorithmienbasiert) nach Entwürfen zu suchen, die allen disziplinspezifischen und -übergreifenden Anforderungen genügen, ist die Multidisziplinäre Optimierung (MDO). Die Lösung ist ein bestmöglicher Kompromiss und damit gesamtfahrzeug- und nicht disziplinentorientiert. Die MDO fördert die Entwicklungsqualität und -geschwindigkeit, fordert jedoch für den operativen Einsatz eine Vorgehensweise zur effizienten Nutzung von CPU-Ressourcen und zur zielgerichteten Einbindung aller für eine Fragestellung relevanten Disziplinen und damit Fachbereiche.

In dieser Dissertation werden verschiedene Strategien diskutiert, welche die für die Umsetzung genannten Erfordernisse bedienen. Diese Strategien lassen sich in folgende Schwerpunkte gruppieren: Die Wahl effizienter Optimierungsalgorithmen und -strategien, die Auswahl relevanter Lastfälle und sensitiver Entwurfsvariablen als auch die Reduktion der Finite-Elemente-Rechenzeiten von rechenaufwändigen Craschanalysen (FE-Submodelle). Für all diese Schwerpunkte wird eine Best Practice bestehender Lösungsvorschläge und Methoden ausgearbeitet bzw. teilweise neue Ansätze etabliert. Durch die geschickte Assemblierung dieser Erarbeitungen wird ein neuartiger, adaptiv steuerbarer und auf Approximationsmodellen basierender MDO-Prozess entwickelt. Die Besonderheit des Prozesses zeigt sich vor allem in den folgenden drei Punkten: Erstens reduziert der Baustein *Adaptive Komplexitätskontrolle* sukzessive die Komplexität und Dimensionalität des Optimierungsproblems. Zweitens kann mithilfe eines implementierten lokalen, heuristischen und damit auf allen Approximationsmodelltypen berechenbaren Vorhersageunsicherheitsmaßes die Prognosegüte (Abweichung Prognose zu Finite-Elemente-Wert) abgeschätzt und in der Optimierung genutzt werden. Drittens unterstützt die globale Sensitivitätsmatrix bei der Koordination aller Disziplinen und hilft damit bei der Planung und Durchführung einer MDO.

Alle Untersuchungen werden anhand eines komplexen Gesamtfahrzeugbeispiels durchgeführt und der Standardvorgehensweise einer MDO gegenübergestellt. Es wird gezeigt, dass die erarbeitete effiziente Vorgehensweise nicht nur eine erhebliche Reduktion des Ressourcenbedarfs, sondern auch eine signifikante Verbesserung der Ergebnisqualität im Vergleich zur Standardvorgehensweise ermöglicht.

Stichworte: Multidisziplinäre Optimierung (MDO), Approximationsmodelle, globale Sensitivitätsmatrix, Finite-Elemente-Submodelle

Jana Büttner

Reduction of the numerical resource requirement for the operational use of multidisciplinary optimization of vehicle structures

Dissertation, University of Wuppertal,
School of Mechanical Engineering and Safety Engineering,
Chair of Optimization of Mechanical Structure, October 2021

Abstract

In the vehicle development process, many CAE departments work in parallel but also sequentially on the structural design of a vehicle. They cannot make design decisions independently of each other without restrictions, as their decisions may not only affect the requirements of their own responsible discipline (e.g. crash, stiffness and durability). Multidisciplinary Optimization (MDO) is a tool to capture this complexity and interdisciplinary interaction. It searches for designs that meet all discipline-specific and cross-discipline requirements in a targeted and automated (algorithm-based) way. The outcome is a best possible compromise and thus full vehicle- rather than discipline-oriented. MDO promotes development quality and speed. However for operational use, it requires an approach for an efficient use of CPU resources and for a targeted integration of all disciplines and thus departments relevant to the specific problem.

This Dissertation discusses different strategies that serve the needs mentioned for operational use. These strategies can be grouped into the following areas: the choice of efficient optimization algorithms and strategies, the selection of relevant load cases and sensitive design variables as well as the reduction of the finite-element calculation times of computationally intensive crash analyses (FE-submodels). For all these focal points, a best practice of existing solution proposals and methods is elaborated, and in some cases new approaches are established. By assembling these elaborations in a clever way, a novel, adaptively controllable MDO process based on approximation models is developed. The three following features make this process special: First, a module called *adaptive complexity control* gradually reduces the complexity and dimensionality of the optimization problem. Second, with the help of an implemented local, heuristic and thus on all approximation model types computable prediction uncertainty measure, the prediction quality (deviation prediction to finite-element value) can be estimated and used in the optimization. Third, the global sensitivity matrix supports the coordination of all disciplines and thus helps planning and executing a MDO.

All investigations are carried out based on a complex full vehicle example and compared with the standard procedure of a MDO. It is shown that the developed efficient approach not only causes a significant reduction in numerical resource requirements but also a significant improvement in the quality of results compared to the standard approach.

Keywords: Multidisciplinary Optimization (MDO), approximation models, global sensitivity matrix, finite-element submodels

Vorwort und Danksagung

Die vorliegende Dissertation entstand während meiner Tätigkeit als Berechnungsingenieurin bei der *Dr. Ing. h.c. F. Porsche AG* in Kooperation mit dem *Lehrstuhl für Optimierung mechanischer Strukturen* der *Bergischen Universität Wuppertal*. Ich möchte an dieser Stelle allen Personen danken, die mich während meiner Zeit als Doktorandin unterstützt und ermutigt haben.

Mein besonderer Dank gilt meinem Doktorvater Herrn Prof. Dr. Axel Schumacher für die hervorragende Betreuung: Deine fachlichen Anregungen, kritischen Fragen und unsere stundenlangen Diskussionen haben diese Arbeit entscheidend geprägt. Außerdem danke ich dir für dein mir entgegengebrachtes Vertrauen.

Herrn Prof. Dr. Thomas Bäck danke ich recht herzlich für die Übernahme des Zweitgutachtens, seine wertvollen Ideen und sein förderndes wissenschaftliches Interesse an meiner Arbeit.

Des Weiteren danke ich der *Dr. Ing. h.c. F. Porsche AG* für die Bereitstellung der nötigen Ressourcen und allen Kolleginnen und Kollegen für die angenehme Zeit und die allzeit entgegengebrachte Hilfsbereitschaft. Ich möchte Herrn Frank Sautter, Herrn Dennis Gevers, Herrn Robert Reilink und Herrn Dr. Stefan Schwarz hierbei hervorheben, die die Durchführung der Dissertation überhaupt erst ermöglicht haben. Herrn Stefan Schwarz gebührt dabei mein besonderer Dank: Danke für die fachliche Betreuung der Arbeit. Vor allem möchte ich dir aber für dein Vertrauen in mich und für alle ermutigenden Worte danken. Ohne deine fachliche und mentale Unterstützung wäre diese Arbeit nicht möglich gewesen.

Ein besonderer Dank gebührt ebenso Herrn Dr. Peter Krause für seine stetige fachliche Unterstützung im Bereich der Metamodellierung und allen weiteren Kolleginnen und Kollegen der *divis intelligent solutions GmbH* für die zügigen Implementierungen in die Software *ClearVu Analytics*. Im Bereich der Metamodellierung danke ich auch Herrn Dr. Josef Dubsky für seine wertvollen Ideen. Des Weiteren möchte ich gerne meinen Kollegen von der *Submodell-Arbeitsgemeinschaft* Herrn Lukas Rafalski (*Dr. Ing. h.c. F. Porsche AG*), Herrn Dr. Christopher Ortmann, Herrn Florian Koch (*Volkswagen AG*) und Herrn Sven Wielens (*Bergische Universität Wuppertal*) und allen beteiligten Studenten danken, die das Thema Submodellierung maßgebend vorangetrieben haben. Außerdem bedanke ich mich bei Herrn Dr. Steffen Mattern und Herrn Dr. Christoph Schmied von der Firma *DYNAmore*, die mir bei *LS-DYNA* immer mit Rat und Tat zur Seite standen. Auch allen Studenten, die mich in Form von praktischen Tätigkeiten und Abschlussarbeiten unterstützt haben, danke ich sehr. Insbesondere möchte ich hierbei Lukas Rafalski, Arne Müller, Markus Husert, Armagan Can Yildiz und Zeidoun El Khatib danken.

Bei allen Kolleginnen und Kollegen der Doktorandenrunde möchte ich mich für die angeregten Diskussionen und die schönen Abende in Wuppertal bedanken. Ganz besonders möchte ich Herrn David Kracker danken: Gemeinsam haben wir so manche Höhen und Tiefen überstanden. Danke.

Zuletzt danke ich vom ganzen Herzen meinen Eltern und meinem Bruder, die mich in jeder Lebenslage unterstützen und somit ein unverzichtbarer Rückhalt sind. Mein besonderer Dank gebührt auch Holger: Ohne dein Verständnis und deine Geduld wäre diese Arbeit niemals möglich gewesen. Danke, dass du immer an mich glaubst.

Inhaltsverzeichnis

Abkürzungs- und Symbolverzeichnis	IV
1 Einleitung	1
1.1 Motivation und Problemstellung	1
1.2 Zielsetzung.....	2
1.3 Gliederung	3
2 Grundlagen der Strukturanalyse	5
2.1 Grundprinzip der Finite-Elemente-Methode	5
2.2 Analysebeispiele aus der Fahrzeugentwicklung.....	7
2.3 Aufstellung und Lösung verschiedener strukturmechanischer Probleme	9
2.3.1 Linear statische Analyse.....	9
2.3.2 Nichtlinear statische Analyse	9
2.3.3 Nichtlinear dynamische Analyse.....	11
2.3.4 Frequenzanalyse	13
3 Vorstellung des Gesamtfahrzeugbeispiels	15
3.1 Fahrzeug und Entwurfsvariablen.....	16
3.2 Lastfälle und Anforderungen aus dem Lastenheft.....	16
3.2.1 Highspeed-Frontcrashlastfall, volle Überdeckung, starre Barriere (Front FN).....	18
3.2.2 Highspeed-Frontcrashlastfall, teilweise Überdeckung, deformierbare Barriere (Front ODB)	21
3.2.3 Highspeed-Seitencrashlastfall Pfahl (Seite P90)	22
3.2.4 Highspeed-Heckcrashlastfall, teilweise Überdeckung, deformierbare Barriere (Heck ODB).....	23
3.2.5 Dachdrücklastfall (Dach Drück).....	25
3.2.6 Steifigkeit.....	26
3.3 Anforderungsgrenzen	27
4 Reduktion der Finiten-Elemente-Berechnungszeit	29
4.1 Strategien zur Reduktion der Finiten-Elemente-Berechnungszeit	30
4.2 Strategien zur Selektion wichtiger Bauteile	35
4.3 Vorauswahl und Vorstellung der betrachteten Finiten-Elemente-Submodelle	37
4.4 Bewertungsschema	40
4.5 Ergebnisse.....	42
4.6 Tool zur Finiten-Elemente-Submodellerstellung	47

5	Grundlagen der Strukturoptimierung	49
5.1	Grundprinzip der Optimierung und Begriffsdefinitionen.....	49
5.2	Arten der Strukturoptimierung	54
5.3	Optimierungsverfahren	55
5.4	Optimierungsprozessketten	59
6	Metamodellbasierte Strukturoptimierung	61
6.1	Herausforderungen	62
6.2	Konventionelle metamodellbasierte Strukturoptimierung	63
6.2.1	Versuchsplan	63
6.2.2	Approximationen	65
6.2.3	Optimierung.....	76
6.3	Konfidenzimplementierung und Nutzung in der Optimierung	79
6.4	Weiterführende Strategien.....	89
6.4.1	Setzen neuer Stützstellen.....	89
6.4.2	Auswahl sensitiver Entwurfsvariablen	94
7	Globale Sensitivitätsmatrix	103
7.1	Grundgedanke und Dekomposition multidisziplinärer Fragestellungen.....	103
7.2	Nutzen für die tägliche Interaktion verschiedener Disziplinen	108
7.3	Nutzen für die Planung einer MDO.....	111
7.3.1	<i>Single-Level-</i> vs. <i>Multi-Level</i> -Optimierungsmethoden	112
7.3.2	<i>Single-System-</i> vs. <i>Multi-System</i> -Vorgehensweise.....	117
8	Effizienter Multidisziplinärer Optimierungsprozess	121
8.1	Prozessbeschreibung und Setup.....	121
8.2	Ergebnisse.....	129
8.2.1	Variante <i>SiS</i> unter Einhaltung von Anforderungspaket 2.....	132
8.2.2	Variante <i>SiS_min</i> unter Einhaltung von Anforderungspaket 2.....	139
8.2.3	Variante <i>MuS_min</i> unter Einhaltung von Anforderungspaket 2	145
8.2.4	Variante <i>SiS_min_SUB</i> unter Einhaltung von Anforderungspaket 2	155
8.2.5	Verwendbarkeit der Approximationsmodelle bei Anforderungsänderungen (Anforderungspaket 1).....	164
8.3	Gegenüberstellung und Zusammenfassung aller Ergebnisse	166
9	Zusammenfassung	173
10	Ausblick	177
	Literaturverzeichnis	183

Anhang

Anhang A: Gesamtfahrzeugbeispiel	191
Anhang B: Finite-Elemente-Submodelle	192
B.1 Darstellung der FE-Submodelle	192
B.2 Ausführung und Ausgaben des Bewertungstools	193
B.3 Zusätzliche Ergebnisauswertung der FE-Submodelle	197
Anhang C: Metamodellbasierte Strukturoptimierung	198
Anhang D: Globale Sensitivitätsmatrix	200
Anhang E: Zusätzliche Ergebnisauswertung, effizienter Optimierungsprozess	201
E.1 Variante <i>SiS</i> (Anforderungspaket 2)	201
E.2 Variante <i>SiS_min</i> (Anforderungspaket 2)	209
E.3 Variante <i>MuS_min</i> (Anforderungspaket 2)	217
E.4 Variante <i>SiS_min_SUB</i> (Anforderungspaket 2)	226

Abkürzungs- und Symbolverzeichnis

Abkürzungen

AAO	All-At-Once
Abs.	Absolut(e)
AP	Anforderungspaket
ASCO	Automatic Submodel-generation for Crash Optimization
ASMOS	Automated Surrogate Modeling for Vehicle Safety
ATC	Analytical Target Cascading
BK	BOX KEEP
BLISS	Bi-Level Integrated System Synthesis
BS	BOX SPLIT
bzw.	beziehungsweise
CAE	Computer-Aided-Engineering
CMS	Component Mode Synthesis and Substructuring
CO	Collaborative Optimization
CORA	Correlation and analysis
CPU	Central Processing Unit
CS	Cross Section
CSSO	Concurrent Subspace Optimization
CVA	ClearVu Analytics
CVSS	ClearVu Solution Spaces
DIFF	Differenz
DLR	Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt
DOE	Design of Experiments
ECO	Enhanced Collaborative Optimization
EEARTH	Enhanced error assessment of response time histories
ESLSO	Equivalent Static Loads Method for Non Linear Static Response Structural Optimization
EuroNCAP	European New Car Assessment Programme
FE(M)	Finite-Elemente(-Methode)
FMVSS	Federal Motor Vehicle Safety Standard
FN	Frontlastfall, Null Grad
GHT	Graphen- und Heuristikbasierte Topologieoptimierung
GM	FE-Gesamtmodell
GP	Gaussian Process (Gauß-Prozess)
HCA	Hybrid Cellular Automata Method

HLRS	Höchstleistungsrechenzentrum Stuttgart
IDF	Individual Discipline Feasible Method
ISO/TS	International Organization of Standardization/ Technische Spezifikation
It	Iteration
KB	KOMPONENTEN-BASIERT
Korr	Korrelation
KQR	Kernel Quantile Regression
LFB	linearized flexible body
LM	Linear Model (lineares Modell)
LOO	Leave-One-Out
MAC	modal assurance criterion
MAE	mittlerer absoluter Fehler (mean absolute error)
MDF	Multidisciplinary Feasible Method
MDO	Multidisziplinäre Optimierung
MuS	Multi-System
MSE	mittlerer quadratischer Fehler (mean squared error)
MOR	Model Order Reduction
NN	Neural Network (Neurales Netz)
NormMAE	Normierter mittlerer absoluter Fehler
NVH	Noise Vibration Harshness
Obj.	Zielfunktion (Objective)
ODB	Offset Deformable Barrier
OPT	Optimierung
PB	PERFORMANCE-BASIERT
PCA	Principal Component Analysis
PEP	Produktentstehungsprozess
POD	Proper Orthogonal Decomposition
P90	Pfahl 90 Grad
QUAL.	Quality
QUANT.	Quantity
(R)OLC	(Real) Occupant Load Criterion
SM	FE-Submodell
SML	Submodell-basierte Multi-Level Optimierung
SRSM	Sequential/Successive Response Surface Methode
SiS	Single-System
STF	Steifigkeit
SVM	Support Vector Machine (Stützvektormethode)
SVR	Support Vector Regression

VIOL.	Violation
10FC	10-fold-cross

Symbole und Operatoren

$(\cdot)_K$	Index zur Beschreibung von Größen ursprünglicher CAE-Freiheitsgrade
$(\cdot)_k$	Index zur Beschreibung von Größen reduzierter CAE-Freiheitsgrade
$(\cdot)_i$	<i>Internal-Nodes</i> bezogene Größen
$(\cdot)_b$	<i>Boundary-Nodes</i> bezogene Größen
$(\cdot)_{cm}$	Massenschwerpunkt bezogene Größen
$(\cdot)^*$	Werte im Optimum
$\partial(\cdot)/\partial(\cdot\cdot)$	partielle Ableitung von $(\cdot)$ nach $(\cdot\cdot)$
$\nabla_{(\cdot)}(\cdot)$	Ableitung von $(\cdot)$ nach $(\cdot\cdot)$
$\Delta(\cdot)$	Differenz, Störung
$(\tilde{\cdot})$	Metamodell-, bzw. Approximationsmodell bezogene Größen
$(\bar{\cdot})$	Mittelwert
$Th_{(\cdot)}$	Threshold (Schwellwert) von $(\cdot)$
$n_{(\cdot),It}$	Anzahl $(\cdot)$ je Iteration des effizienten Optimierungsprozesses

Optimierungsgrößen, Datensatzbezogene Größen

$\mathbf{x}$	Entwurfsvariablenvektor
X	Entwurfsraum
n_x	Anzahl Entwurfsvariablen
$\mathbf{x}^l, \mathbf{x}^u$	Restriktionen (untere und obere Entwurfsvariablen Grenzen)
$\mathbf{f}$	Vektor der Zielfunktionen
n_f	Anzahl Zielfunktionen
$\mathbf{g}$	Vektor der Ungleichheitsnebenbedingungen
n_g	Anzahl Ungleichheitsnebenbedingungen
n_v	Anzahl verletzter Nebenbedingungen
$\mathbf{h}$	Vektor der Gleichheitsnebenbedingungen
n_h	Anzahl Gleichheitsnebenbedingungen
$\mathbf{y}$	Vektor der Entwurfskriterien
n_y	Anzahl der Entwurfskriterien
L	<i>LAGRANGE</i> -Funktion
$\boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\alpha}$	<i>LAGRANGE</i> -Multiplikatorenvektor
$\boldsymbol{\mu}, \mu$	Schlupfvariablenvektor, Schlupfvariable/ Anzahl Individuen (Entwurfsvariablenkonfigurationen) je Generation/ Population (Evolutionärer Algorithmus)
P	Population/Generation, bestehend aus mehreren Individuen (Evolutionärer Algorithmus)

$\mathbf{F}$	Vektor der <i>Fitness</i> -Werte zur Bewertung der Individuen innerhalb einer Population
Φ_p	Φ_p -Kriterium (Optimalitätskriterium, Anwendung im <i>Optimal Latin Hypercube</i>)
H	absolute Häufigkeit
k	Anzahl nächster Nachbarn (Datenpunkte im Entwurfs- oder Lösungsraum) / Anzahl Partitionen für die Kreuzvalidierung
q	Iterationszähler
n_A	Anzahl Approximationsmodelltypen
$\tilde{y}(\mathbf{x})$	Approximationsfunktion
$\boldsymbol{\beta}$	Vektor der Koeffizienten des Linearen Modells (LM)
Q	Fehlerquadratsumme
$m(\mathbf{x})$	Erwartungswertfunktion
$K(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$	Kovarianzfunktion
s^2	Varianz
s	Standardabweichung
b, B	Bias
ε	Schwellwert für akzeptable Abweichung zwischen Metamodellprognose und FEM-Wert (Stützstelle im Modelltraining)
τ	τ -Quantil für die <i>Kernel Quantile Regression</i>
n_o	Anzahl Neuronen des Hidden Layers
w	Wichtungsfaktor
Ψ	Aktivierungsfunktion
$\tilde{U}_L$	Lokale Vorhersageunsicherheit, gemessen an jedem Punkt des Approximationsmodells
n_S	Anzahl Stützstellen (FEM) für Approximationsmodelltraining
n_L	verwendete Anzahl nächster im Entwurfsraum befindlicher Stützstellen (FEM) für Ermittlung von $\tilde{U}_L$
$\tilde{P}_L$	Vorhersagefehler für Ermittlung von $\tilde{U}_L$
$\tilde{V}_L$	Variabilität für Ermittlung von $\tilde{U}_L$
n_{ST}	verwendete Anzahl Stichproben innerhalb einer Box für die Lösungsraumanalyse
$\tilde{D}$	<i>Sum-max-Dist-To-Valid</i> -Wert als möglicher <i>Fitness</i> -Wert einer Box für die Lösungsraumanalyse
V	normiertes Volumen als möglicher <i>Fitness</i> -Wert einer Box für die Lösungsraumanalyse
S	Sobol-Index
S_T	totaler Sobol-Index
n_D	Anzahl Disziplinen
$\mathbf{Y}$	Vektor der disziplinspezifischen Entwurfskriterien

n_O	Anzahl Optimierungsergebnisse nach Beendigung des effizienten Optimierungsprozesses
p	verwendete Anzahl Stützstellen für die FE-Submodellvalidierung

Geometriebeschreibung

l^E	Elementkantenlänge
d	geometrische Distanz
$\mathbf{p}$	Normalenvektor einer Hyperebene

Kinematik, Spannung, Reaktionen, äußere Belastung

c	Schallgeschwindigkeit
$\mathbf{S}$	Spannungstensor
$\mathbf{u}$	Verschiebungsvektor
$\dot{\mathbf{u}}$	Geschwindigkeitsvektor
$\ddot{\mathbf{u}}$	Beschleunigungsvektor
$\boldsymbol{\omega}$	Vektor der Eigenfrequenzen
Φ	Vektor der Eigenformen
n_Φ	Anzahl Eigenformen
$\mathbf{r}$	Lastenvektor
λ	Lastfaktor
$\mathbf{g}$	Ungleichheitskräfte

Systemmatrizen, Material

$\mathbf{D}$	Dämpfungsmatrix
E	E-Modul
ρ	Dichte
$\mathbf{K}$	Steifigkeitsmatrix
$\mathbf{K}_S$	Sekantensteifigkeitsmatrix
$\mathbf{K}_T$	tangentiale Steifigkeitsmatrix
$\mathbf{M}$	Massenmatrix
$\mathbf{M}_S$	skalierte Massenmatrix
$\mathbf{M}_A$	künstlich hinzugefügte Massenmatrix

Zeitliche Größen, inkrementelle Größen

t	Zeit
Δt_{krit}	kritische Zeitschrittweite

Sonstiges

$\mathbf{T}$	Projektionsmatrix für Transformation der $\mathbf{K}$ in k CAE-Freiheitsgrade
$\mathbf{I}$	Einheitsmatrix